

A kondenzátoron mérhető feszültséget megkapjuk, ha impedanciáját megszorozzuk a körben folyó áramerősséggel:

$$U_C = [1/(C\omega)] \cdot I.$$

Az áramkörben folyó áramerősséget az Ohm törvényből határozhatjuk meg, felhasználva, hogy az áramkör eredő impedanciája

$$\sqrt{\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2 + R^2}.$$

A fentiek alapján tehát az

$$U_C = \frac{U}{C\omega\sqrt{[(1/C\omega) - L\omega]^2 + R^2}}$$

függvény maximumát kell megkeresnünk.

E célból képezzük e függvény deriváltját ω szerint:

$$\frac{dU_C}{d\omega} = \frac{U}{C} \left(-\frac{1}{2}\right) \left[\left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)^2 + R^2\omega^2\right]^{-3/2} \left[2\left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)(-2L\omega) + 2R^2\omega\right].$$

E szorzat első két tényezőjének szorzata egy negatív állandó, a harmadik tényező nyilván pozitív. Az utolsó tényezőtől ω -t kiemelve, a kapott másodfokú kifejezésről könnyen belátható, hogy a fenti szám adatok mellett minden ω -ra pozitív.

A derivált függvény értéke tehát $\omega > 0$ esetén negatív, így az eredeti függvény szigorúan monoton fogyó.

Akkor lesz tehát maximális a kondenzátor feszültsége, ha $\omega = 0$, azaz 24 V egyenfeszültséget kapcsolunk az áramkörre. Ekkor az áramerősség 0, a kondenzátor feszültsége pedig 24 V lesz.

Almássy Tamás (Nyíregyháza, Krúdy Gy. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. A feladat szövege sajnos hibásan jelent meg. A kondenzátor kapacitása helyesen 25,33 nF lett volna. Ilyen kapacitás mellett a derivált függvény utolsó tényezője $\omega = 50\,270$ 1/s értéknél nulla. Ekkor $f = 8000$ 1/s. Könnyen látható, hogy ilyen körfrekvencián az U_C függvénynek valóban szélső értéke van, és ez maximum, amelynek értéke 31,23 V.