

Az 531. gyakorlat megoldásában leírt kétféle jelenség okozta változást kell kiszámítani. A szükséges adatok és jelölésük: a Föld-pálya numerikus excentricitása: $\varepsilon = 0,0167$, a Nap látszólagos nagyságának átlagos értéke $\nu = 32'$

a) A megvilágított terület nagyságának változása. A Föld keringési és forgási síkját az egyszerűség kedvéért először azonosnak vettük (l. a 2. ábrát az 531. gyakorlat megoldásánál). A megvilágított ívhez tartozó középponti szög nap távolban $180^\circ + \nu_t$, napközelben pedig $180^\circ + \nu_k$, ahol ν_t és ν_k a Nap látszólagos nagysága a két helyzetben. A Föld átmérőjét elhanyagoltuk a Nap átmérője mellett – ez kb. 1%-os hibát jelent.

Mivel ν_t és ν_k kis szögek,

$$\frac{\nu_t}{\nu_k} = \frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}.$$

A nappal hossza arányos a megvilágított ív hosszával, ezért napközelben

$$\Delta_k = \frac{\nu_k}{360^\circ} \cdot 24 \text{ órával},$$

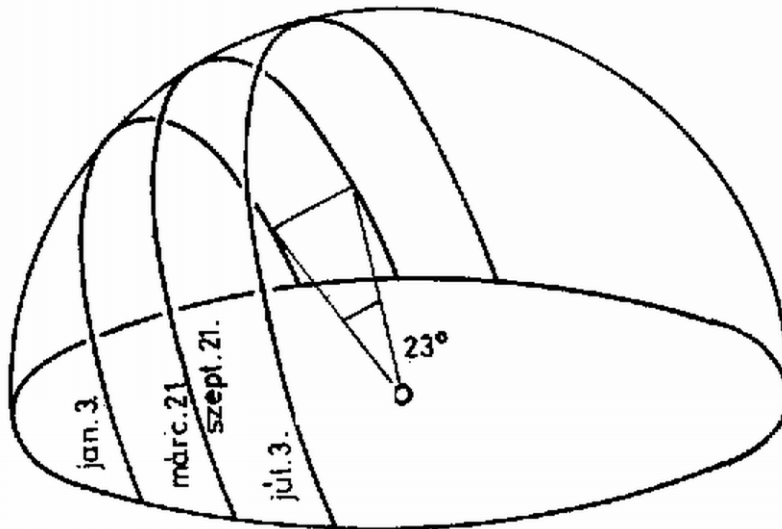
naptávolban

$$\Delta_t = \frac{\nu_t}{360^\circ} \cdot 24 \text{ órával},$$

tér el a fél naptól. Fél év alatt az eltérés:

$$\Delta = \frac{24\text{h}}{360^\circ} (\nu_k - \nu_t) = 4 \text{ perc/fok} \cdot \nu_t \left(\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} - 1 \right) \approx 4 \text{ perc/fok} \cdot \nu \cdot 2\varepsilon = 4 \text{ másodperc}.$$

Mindez akkor lenne igaz, ha a Földről nézve a Nap látszólagos pályasíkja a horizonttal mindig 90° -ot zárna be. Ha ez a szög β (lásd ábra), akkor az eredményünk kis módosításra szorul.



Vegyük észre, hogy a Δ eltérés azonos a Nap felkelésének idejével, ami a számítottnál $\frac{1}{\sin \beta \cdot \cos 23^\circ}$ -szor nagyobb azért, mert egyrészt a Nap ferde szögben hagyja el a horizontot, másrészt pedig januárban, illetve júliusban az éggömbön nem főkört fut be.

$$\Delta = \frac{4(\text{perc/fok}) \cdot \nu \cdot 2\varepsilon}{\sin \beta \cdot \cos 23^\circ}.$$

Magyarországon $\beta = 43^\circ$, és így $\Delta = \Delta_k - \Delta_t \approx 6$ másodperc lesz.

b) A Nap körüli keringés pillanatnyi ω szögsebessége Kepler II. törvénye szerint függ a Naptól mért r távolságtól:

$$r^2 \omega = \text{constans}.$$

A legnagyobb és legkisebb távolság közti arány

$$\frac{r_k}{r_t} = \frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon} \approx 1 - 2\varepsilon.$$

A pillanatnyi szögsebességek közti arány tehát

$$\frac{\omega_k}{\omega_t} = \left(\frac{1}{1 - 2\varepsilon} \right) \approx 1 + 4\varepsilon.$$

Egy nap alatt a Nap-Föld irány elfordulása átlagosan $360^\circ/365 \approx 1^\circ$. Ez $24 \text{ óra} \cdot 1^\circ/380^\circ = 4$ perccel növeli meg a nap hosszát a 23 óra 56 perces tengely körüli forgásidőhöz képest. Az elfordulás átlagosan 1° -os szögében és így

a 4 percnyi eltérésben a Naphoz való közeledés–távolodás $4\varepsilon = 6,7 \%$ ingadozást okoz. Tehát a fentiek január 3-án $4 \text{ perc} \cdot 0,067 = 16 \%$ másodperccel meghosszabbítják a napi napot július 3-ához viszonyítva.

Sczigel Gábor (Budapest, Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., III. o. t)

Megjegyzés. 1. Elvégezhetjük a számítást úgy is, hogy napkeltének a Nap horizonton való áthaladását vesszük. A gondolatmenet lényegében ugyanaz, de a Föld-Nap átmérőarány miatt a kapott időeltérések kb. 0,01-szer kisebbek lesznek.

Tóth Gábor (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)