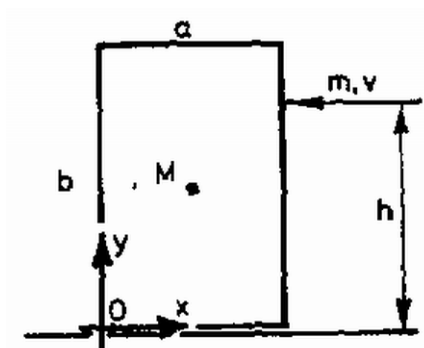


Ütközés esetén az impulzus, ill. impulzusmomentum megmarad. Írjuk fel az O pontra vonatkoztatott impulzusmomentum megmaradását (azért az O pontra vonatkozót, mert így az egyenletből kiesik az O pontban ható külső erő, l. az ábrát)



$$(1) \quad mvh = \Theta\omega,$$

ahol ω az O körüli forgás szögsebessége és Θ az O -ra vonatkozó teljes tehetetlenségi nyomaték:

$$(2) \quad \Theta = \frac{1}{12}(a^2 + b^2)M + \frac{1}{4}(a^2 + b^2)M + (a^2 + h^2)m = \frac{1}{3}(a^2 + b^2)M + (a^2 + h^2)m$$

(m és M a puskagolyó, ill. a láda tömege).

Θ kiszámításához felhasználtuk a Steiner-tételt, és feltettük, hogy a golyó nem hatolt be mélyen a láda belsejébe.

A láda akkor dől fel, ha a forgási energiája elég nagy ahhoz, hogy a súlypont O fölé kerüljön. A súlypont koordinátái az ábrán jelölt koordináta-rendszerben:

$$\left(\frac{M(a/2) + ma}{M + m}, \quad \frac{M(b/2) + mh}{M + m} \right).$$

Határesetben a láda a súlypont legmagasabb helyzeténél éppen megáll. Erre az esetre az energiamegmaradás:

$$(3) \quad \frac{1}{2}\Theta\omega^2 = (M + m)g \left[\sqrt{\left(\frac{M\frac{a}{2} + ma}{M + m} \right)^2 + \left(\frac{M\frac{b}{2} + mh}{M + m} \right)^2} - \frac{M\frac{b}{2} + mh}{M + m} \right].$$

A Θ és ω ismeretleneket kiküszöbölve az (1), (2) és (3) egyenletből fejezzük ki v -t:

$$v = \frac{M}{mh} \sqrt{g \left[\sqrt{a^2 \left(1 + 2\frac{m}{M}\right)^2 + \left(b + 2h\frac{m}{M}\right)^2} - \left(b + 2h\frac{m}{M}\right) \right] \left[\frac{1}{3}(a^2 + b^2) + \frac{m}{M}(a^2 + h^2) \right]}.$$

Tehát a golyó sebességének legalább ekkorának kell lennie, hogy a láda felboruljon.

Ha a golyó tömege elhanyagolhatóan kicsi, $m \ll M$, akkor

$$v = \frac{M}{mh} \sqrt{\frac{g}{3} (\sqrt{a^2 + b^2} - b)(a^2 + b^2)}.$$

Frei Zsolt (Pécs, Nagy Lajos Gimn., III. o. t.) és
Tóth Gábor (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján