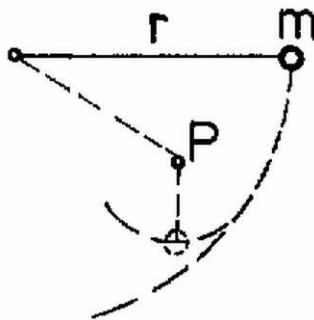


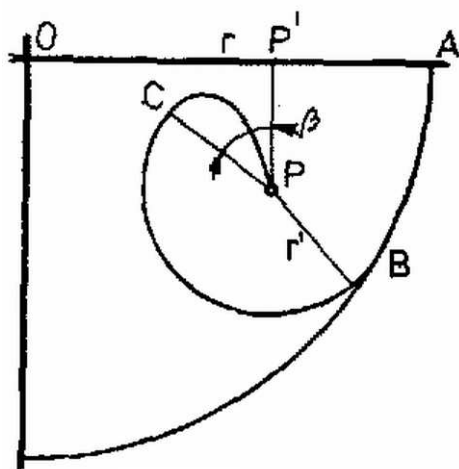


A tömegpont A -tól B -ig egy O középpontú, r sugarú, B -től C -ig egy P középpontú, r' sugarú köríven végez kényszermozgást (1. ábra). C -ben megszűnik a fonalat feszítő erő – innen a pálya parabola alakban folytatódik, és ha jó helyre vertük be a szöget, éppen átmegy P -n.

C -ben a centripetális erő egyenlő a tömegpont súlyának kötélirányú összetevőjével:

$$(1) \quad mv^2/r' = mg \cos \beta$$

(β a CP szakasz függőlegessel bezárt szöge, v a test sebessége C -ben). A C pontból parabolapályán folytatja a tömegpont a mozgást. A parabolapálya akkor halad át a P ponton, ha alkalmas t -re



1. ábra

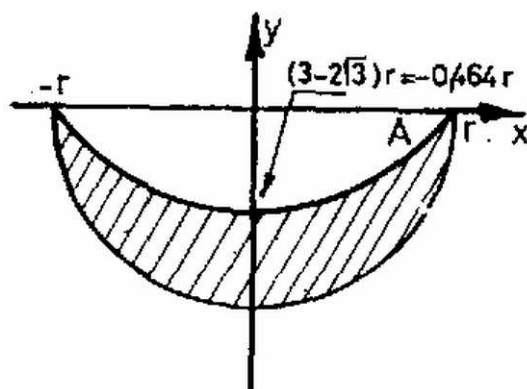
$$(2) \quad r' \sin \beta = v(\cos \beta)t,$$

$$(3) \quad r' \cos \beta = (g/2)t^2 - v(\sin \beta)t.$$

Az (1), (2), (3) egyenletrendszerből a β , v ismeretlenek kiszámíthatók:

$$\cos \beta = 1/\sqrt{3}, \quad v^2 = gr'/\sqrt{3}.$$

Vegyük fel ezután a 2. ábra szerinti derékszögű koordináta-rendszert !



2. ábra

Ebben P koordinátái: (x, y) . A C pontban a test mozgási energiája a helyzeti energiájának megváltozásával egyenlő:

$$(4) \quad (1/2)mv^2 = mg(-y - r' \cos \beta).$$

Behelyettesítve v^2 -et és $\cos \beta$ -t:

$$(4') \quad y = -(\sqrt{3}/2)r'.$$

Az x, y, r és r' hosszúságok között létezik még egy összefüggés, az OPP' háromszögre felírt Pitagorasz-tétel:

$$(5) \quad (r - r')^2 = x^2 + y^2.$$

A $(4') - (5)$ egyenletrendszerből kiküszöbölve r' -t, a 2. ábrán látható hiperbola egyenletét kapjuk:

$$\frac{(y + 2\sqrt{3}r)^2}{(3r)^2} - \frac{x^2}{(\sqrt{3}r)^2} = 1.$$

A keresett mértani hely a hiperbolának a $(-r, 0)$ és $(r, 0)$ pontok közé eső szakasza. Az alatta levő bevonalkázott területre bevert szögeket mind megkerüli a tömegpont.

Vityi Péter (Budapest, Móricz Zs.Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzés. Sok megoldó nem értette meg a feladatot, és lényegében a 1737. feladatot oldotta meg újra. Dolgozatukra így nem kaphattak pontot.