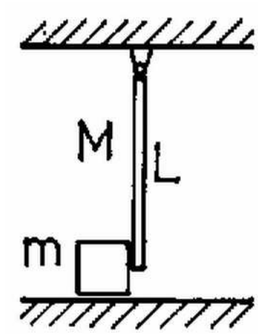
Határozzuk meg a rúd szögsebességét az ütközés előtti pillanatban! A rúd $(1/2)MgL$ helyzeti energiája $(1/2)\Theta\omega_1^2$ forgási energiává alakul át, ahol $\Theta = (1/3)ML^2$, a rúd tehetetlenségi nyomatéka a csuklóra vonatkoztatva. Ezekből

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3g}{L}}$$

adódik.



a) A rugalmatlan ütközés utáni ω_2 szögsebesség az impulzusnyomaték-megmaradás törvénye alapján határozható meg:

$$\Theta\omega_1 = (\Theta + mL^2)\omega_2, \tag{1}$$

ahol mL^2 a m tömegű testnek a rúd forgástengelyére vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka. Az (1) egyenletből

$$\omega_2 = \frac{M\sqrt{3g/L}}{M+m}$$

adódik. Az m tömegű test sebessége az ütközés utáni pillanatban $v = L\omega_2$, amivel $s = v^2/(2\mu g)$ utat tehet meg a teljes lefékeződésig:

$$s = \frac{3M^2L}{2\mu(M+3m)^2}.$$

Az adatokat behelyettesítve: $s = 0{,}75$ m.

b) Ha rugalmas az ütközés, akkor az impulzusnyomaték megmaradását kifejező

$$\Theta\omega_1 = \Theta\omega_1' + mL^2\omega_2' \tag{2}$$

összefüggés mellett a mechanikai energiamegmaradás is felírható:

$$(1/2)\Theta\omega_1^2 = (1/2)\Theta\omega_1'^2 + (1/2)mL^2\omega_2'^2, \tag{3}$$

ahol ω_1' a rúd, ω_2' pedig a m tömegű test szögsebessége az ütközést követő pillanatban. Ebből a két egyenletből ω_2' kifejezhető, és belőle már könnyen meghatározható a test $v = L\omega_2'$ kezdősebessége, ill. az $s = v^2/(2\mu g)$ összefüggéssel számolható a csúszási útszakasz:

$$s = \frac{6M^2L}{\mu(M+3m)^2}.$$

Ez éppen 4-szerese a rugalmatlan ütközés esetén mérhető útnak, azaz numerikusan 3 m

Gyurica Béla (Szolnok, Verseghy F. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján