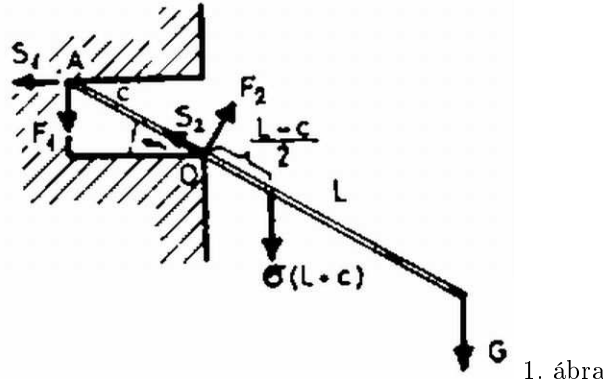


A pálcára ható erőket az 1. ábrán tüntettük fel. Tekintsük a súrlódási erőket akkor pozitívnak, ha az ábrán jelölt irányba mutatnak. Az erők vízszintes, ill. függőleges összetevőire vonatkozó egyensúlyi egyenletek:

$$(1) \quad G + \sigma(L + c) + F_1 = F_2 \cos \alpha + S_2 \sin \alpha,$$

$$(2) \quad S_1 + S_2 \cos \alpha = F_2 \sin \alpha.$$

Az egyenletek kényelmesebb rendezése érdekében a forgatónyomatékok egyensúlyát az O és az A pontra egyaránt felírjuk:



$$(3) \quad F_1 c \cos \alpha + S_1 c \sin \alpha = \frac{\sigma}{2} (L^2 - c^2) \cos \alpha + GL \cos \alpha.$$

$$(4) \quad F_2 c = \sigma(L + c) \frac{L + c}{2} \cos \alpha + G(L + c) \cos \alpha.$$

Az S_1 és S_2 tapadó súrlódási erőkre igaz, hogy

$$(5) \quad |S_1| \leq F_1 \mu,$$

$$(6) \quad |S_2| \leq F_2 \mu,$$

a nyomóerők pedig nem lehetnek negatívak:

$$(7) \quad F_1 \geq 0,$$

$$(8) \quad F_2 \geq 0.$$

A (4) egyenletből F_2 egyértelműen meghatározható. F_1 , S_1 és S_2 azonban az egyenletrendszerből nem számítható ki, a feladat statikailag határozatlan. A következőkben S_1 -et és S_2 -t F_1 -gyel fejezzük ki, majd megvizsgáljuk, hogy milyen (F_1, L) értékpárok esetén elégíthetők ki az (5)–(7) egyenlőtlenségek.

S_1 -et (3)-ból kifejezve, (5)-öt a $-F_1 \mu \leq S_1 < F_1 \mu$ alakba írva és S_1 értékét behelyettesítve, a következő egyenlőtlenség adódik:

$$(9) \quad F_1(1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) \leq \frac{\sigma}{2} \frac{L^2 - c^2}{c} + G \frac{L}{c} \leq F_1(1 + \mu \operatorname{tg} \alpha)$$

A számadatokat cm-ben és N-ban behelyettesítve innen a

$$(9a) \quad 0 \leq F_1 \leq \frac{15}{14} \left(\frac{L^2}{\sqrt{40}} - \sqrt{40} + \frac{50}{\sqrt{40}} L \right)$$

$$(9b) \quad F_1 \geq \frac{15}{16} \left(\frac{L^2}{\sqrt{40}} - \sqrt{40} + \frac{50}{\sqrt{40}} L \right)$$

egyenlőtlenségek adódnak. (9a) jobb oldala akkor pozitív, ha $L > 0,787$ cm.

S_2 -t (2)-ből, F_2 -t (4)-ből kifejezve és a (6) egyenlőtlenségbe írva, az alábbi egyenlőtlenségek adódnak:

$$F_1 + \left[G \left(1 + \frac{L}{c} \right) + \frac{\sigma}{2} \frac{(L + c)^2}{c} \right] \sin \alpha \cos \alpha (\mu + \operatorname{tg} \alpha) \geq G \frac{L}{c} + \frac{\sigma}{2} \frac{L^2 - c^2}{c} \geq$$

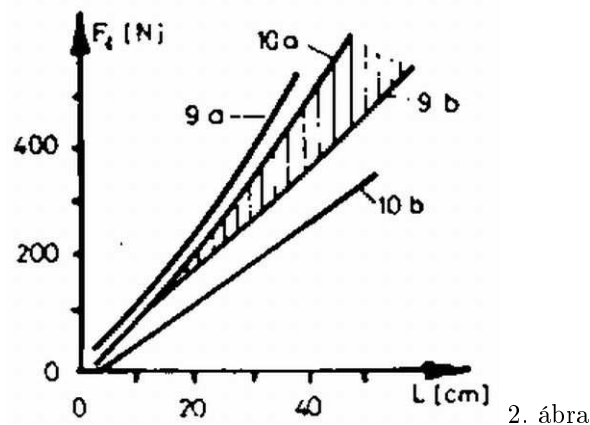
$$\geq F_1 + \left[G \left(1 + \frac{L}{c} \right) + \frac{\sigma}{2} \frac{(L + c)^2}{c} \right] \sin \alpha \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha - \mu),$$

numerikusan

$$(10a) \quad 0 \leq F_1 \leq \frac{L^2 - 40}{\sqrt{40}} + \frac{50}{\sqrt{40}}L - \left[50 \left(1 + \frac{L}{\sqrt{40}} \right) + \frac{(L + \sqrt{40})^2}{\sqrt{40}} \right] \cdot \frac{1}{25}$$

$$(10b) \quad F_1 \geq \frac{L^2 - 40}{\sqrt{40}} + \frac{50}{\sqrt{40}}L - \left[50 \left(1 + \frac{L}{\sqrt{40}} \right) + \frac{(L + \sqrt{40})^2}{\sqrt{40}} \right] \cdot \frac{4}{25}$$

(10a) jobb oldala akkor pozitív, ha $L > 1,117$ cm. A (9a), (9b), (10a) és (10b) egyenlőtlenségek által meghatározott tartományokat (kis torzítással) a 2. ábrán rajzoltuk fel.



2. ábra

Valamennyi egyenlőtlenség teljesül a bevonalkázott területen, így ennek bármely pontjához tartozó L és F_1 értéket felhasználhatjuk arra, hogy az (1)–(4) egyenletek segítségével egy lehetséges egyensúlyi helyzetben fellépő erőket meghatározzuk.

A legkisebb L hosszúság a (10a) és (9b) egyenlőtlenségek határesetének metszéspontjához tartozik, az így adódó egyenletből akkor van megoldás, ha $L \geq 16,8$ cm, $L + c \geq 23,1$ cm.

Osztályi Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. A legtöbb megoldó feltételezte, hogy a megcsúszás határhelyzetében S_1 és S_2 az 1. ábrán berajzolt irányú és maximális értékét veszi fel. Bár ez a feltevés jelen esetben helyesnek bizonyul, sokszor előfordul, hogy hasonló határozatlan feladatokban félrevezető eredményt szolgáltat. Nem ad lehetőséget arra sem, hogy a határesetől eltérő helyzeteket vizsgáljunk. Ezek a dolgozatok – ha egyébként hibátlanok voltak – 4 pontot kaptak.