

A feladatban nem definiáltuk pontosan, hogy milyen kúp palástján helyezkedik el a test. Ezért a feladatot két módon értelmezhetjük: a kúp *a*) az alapjára állított kúp (1. ábra), *b*) a csúcsára állított kúp (2. ábra).

Tekintsük az *a*) esetet. Olyan szögsebesség meghatározása a feladatunk, amely mellett a test még nem csúszik meg a kúp palástján. Vizsgáljuk a rendszert a kúppal együtt forgó koordináta-rendszerből. Ebben az esetben a testre ható erők egyensúlyt tartanak, eredőjük tehát nulla. Írjuk fel a testre ható erők vízszintes, illetve függőleges komponenseinek egyensúlyát:

$$\begin{aligned} G - F_s \cos \alpha - F_{ny} \sin \alpha &= 0, \\ F_{cf} - F_s \sin \alpha + F_{ny} \cos \alpha &= 0, \end{aligned}$$

ahol F_s a testre ható súrlódási erő F_{ny} a testre ható nyomóerő, F_{cf} a testre ható centrifugális erő, G pedig a testre ható súlyerő. Az 1. ábrán használt jelöléseinkkel:

$$\begin{aligned} mg - F_s \cos \alpha - F_{ny} \sin \alpha &= 0, \\ mr \sin \alpha \cdot \omega^2 - F_s \sin \alpha + F_{ny} \cos \alpha &= 0. \end{aligned}$$

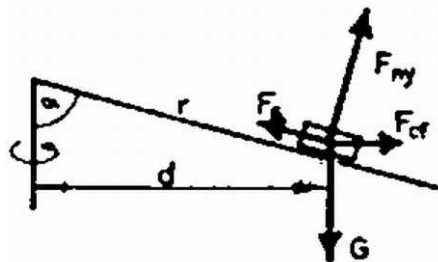
E két egyenletből álló egyenletrendszert F_s -re és F_{ny} -re megoldva:

$$\begin{aligned} (1) \quad F_s &= mg \sin \alpha - mr \sin \alpha \cos \alpha \cdot \omega^2, \\ (2) \quad F_{ny} &= mg \cos \alpha + mr \sin^2 \alpha \cdot \omega^2. \end{aligned}$$

Tudjuk, hogy a súrlódási erő és a nyomóerő között a következő összefüggés áll fenn: $F_s \leq \mu F_{ny}$.

Abban az esetben, amikor a test még éppen nem csúszik meg a paláston, az előző egyenlőtlenség egyenlőség formájában teljesül. Felhasználva az (1), (2) egyenleteket:

$$mg \cos \alpha + mr \sin^2 \alpha \cdot \omega^2 = \mu(mg \sin \alpha - mr \sin \alpha \cos \alpha \cdot \omega^2).$$



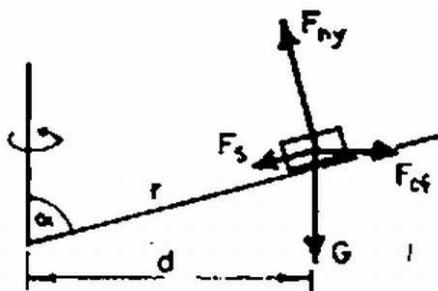
1. ábra

Innen

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r \sin \alpha} \cdot \frac{\mu \sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}}$$

Számadatainkkal: $\omega = 1,585$ l/s adódik.

Abban az esetben tehát, amikor a kúp a palástján áll, legfeljebb 1,585 l/s szögsebességgel forgathatjuk a kúpot ahhoz, hogy a test még ne csússzék meg.



2. ábra

Nézzük most a *b*) esetet. Az *a*) esethez hasonló módon az erők egyensúlyát felírva, (1. a 2. ábrát):

$$\begin{aligned} G + F_s \cos \alpha - F_{ny} \sin \alpha &= 0, \\ F_{cf} - F_s \sin \alpha - f_{ny} \cos \alpha &= 0. \end{aligned}$$

Az egyenletrendszert megoldva, az ábrán használt jelöléseinkkel:

$$\begin{aligned}F_{ny} &= mg \sin \alpha + mr \sin \alpha \cos \alpha \cdot \omega^2, \\F_s &= -mg \cos \alpha + mr \sin^2 \alpha \cdot \omega^2.\end{aligned}$$

Felhasználva, hogy maximális szögsebesség esetén $F_s = \mu F_{ny}$, ω -ra a következő eredmény adódik:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r \sin \alpha} \cdot \frac{\mu \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}}$$

Számadatainkkal: $\omega = 4,73$ l/s.

Abban az esetben tehát, amikor a kúp a csúcsán áll, legfeljebb 4,73 l/s szögsebességgel forgathatjuk a kúpot ahhoz, hogy a test még ne csússzék meg.

Lakatos Róbert (Kalocsa, I. István G., IV. o. t.)

Megjegyzés. A helyes megoldásért járó 4 pontot azok a megoldók kapták, akik az *a*) vagy a *b*) esetet hibátlanul megoldották. 5 pontot kaptak azok a megoldók, akik mind a két esetet hibátlanul oldották meg.