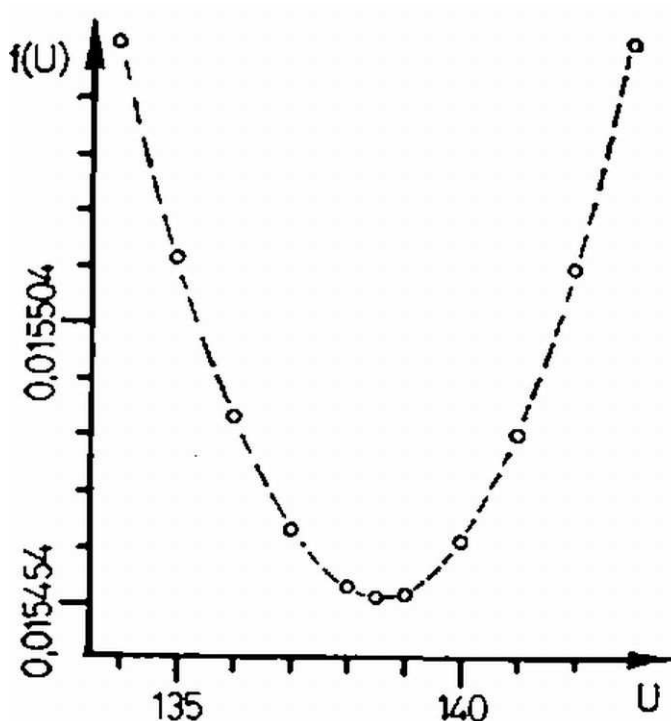


Ha a körte ellenállása a feszültségtől független, akkor teljesítménye U^2/R -rel adható meg. A körte üzemeltetési költsége a teljes élettartam során:

$$E \cdot U^2 / (R \cdot 10^3) \cdot a,$$

ahol $E (= E_0 \cdot 2^{-0,1U})$ a körte élettartama, $a (= 2,1 \text{ Ft/kWh})$ az üzemeltetési költség, $R (= 200 \Omega)$ pedig a körte ellenállása.



Az egységnyi idő alatt kisugárzott fényenergia

$$U^2 / (R \cdot 10^3) G,$$

ahol $G (= G_0 U^{1,7})$ a fénykibocsátás hatásfoka.

Akkor üzemeltethetjük a körtét a legolcsóbban, ha egységnyi idő alatti egységnyi fénykibocsátás a legkisebb költséget kívánja, azaz ha az

$$f(U) = \frac{EU^2 / (R \cdot 10^3) \cdot a + A}{EGU^2 / (R \cdot 10^3)}$$

függvénynek minimuma van (A a villanykörte ára). Beírva az egyes kifejezéseket és egyszerűsítve kapjuk:

$$f(U) = \alpha U^{-1,7} (1 + \beta 2^{0,1U} U^{-2}),$$

ahol $\alpha = 42,5$ és $\beta = 0,372$, értéküket a következő adatok alapján kaptuk meg: $G_0 = 4 \cdot 10^{-2}$ kandela/kW, $a = 2,1 \text{ Ft/kWh}$, $E_0 = 2,048 \cdot 10^6 \text{ h}$, $R = 200 \Omega$, $A = 8 \text{ Ft}$.

Feladatunk tehát az $f(U)$ függvény minimumát megkeresni az U függvényében. Ezt úgy tehetjük meg a legegyszerűbben, hogy tabellázzuk az $f(U)$ függvényt. Az $f(U)$ függvény minimumhoz közeli részét láthatjuk az ábrán. Ebből meghatározhatjuk a minimumhoz tartozó U értéket, ami $\approx 138,5 \text{ V}$. Természetesen deriválással is meghatározhatjuk a minimumot. Ekkor az $df(U)/du = 0$ egyenletet kell megoldanunk. Itt célszerű a

$$2^{0,1U} = e^{0,1U \ln 2}$$

átírást alkalmazni. A hatvány, illetve közvetett függvény deriválási szabályait felhasználva kapjuk:

$$f'(U) = -\frac{1,7U^{-2,7}a}{G_0} + \frac{AK}{E_0 G_0 10^3} (0,1 \cdot \ln 2 \cdot e^{0,1U \ln 2} \cdot U^{-3,7} - e^{0,1U \ln 2} \cdot 3,7U^{-4,7})$$

A minimum feltétele, hogy $f'(U) = 0$; egyszerűsítések után kapjuk, hogy

$$e^{-0,1U \cdot \ln 2} = \frac{ARU^{-1} 10^3}{1,7 \cdot a E_0} (0,1 \cdot \ln 2 - 3,7U^{-1}).$$

Ennek az egyenletnek a megoldása is csak próbálgatással lehetséges. Egy viszonylag egyszerű út az, hogy a jobb oldalt és a bal oldalt is tabellázzuk és keressük azon U értékeket, ahol körülbelül egyenlő a két oldal. Láthatjuk, hogy ez a számolás sem egyszerűbb annál, mint amikor az $f(U)$ függvényt ábráztuk.

Drávucz Katalin (Szolnok, Verseghegy F. G., IV. o. t.)
és Oszlányi Gábor (Miskolc, F. G., IV. o. t.)