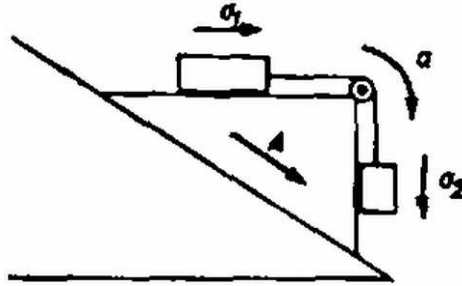


A feladat teljes megoldása nagyon hosszadalmas, ezért csak a megoldás vázlatát fogjuk ismertetni. Elsősorban nem a gyorsulások értékének megadására, hanem a feladat áttekinthető tárgyalására fogunk törekedni.

Legyen a hasáb lejtő irányú gyorsulása A ; a hasáb vízszintes lapján levő test gyorsulásának vízszintes összetevője a_1 , a függőleges fal mellett lógó test függőleges gyorsulása a_2 .



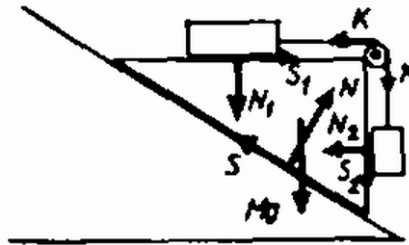
1. ábra

A gyorsulások irányítását az 1. ábra mutatja. Legyen az m tömegű testeknek a lejtőhöz viszonyított gyorsulása a . Ekkor

$$\begin{aligned} (1) \quad & a_1 = a + A \cos \alpha, \\ (2) \quad & a_2 = a + A \sin \alpha. \end{aligned}$$

A vízszintes lapon levő m tömeg függőleges gyorsulása $A \sin \alpha$, a lelógó test gyorsulásának vízszintes összetevője $A \cos \alpha$. ha $A > 0$ és így a test a hasáb függőleges falához ér, illetve 0, ha $A < 0$. Ez utóbbi esetben meggondolásaink csak az indulás pillanatára érvényesek, később a fonál nem függőleges helyzetű.

Írjuk föl a három testre a mozgásegyenleteket, feltéve hogy $A \geq 0$. A 2. ábra a hasábra ható erőket mutatja, a súrlódási erők irányítása jobbra mozgó hasáb és tömegek esetének felel meg.

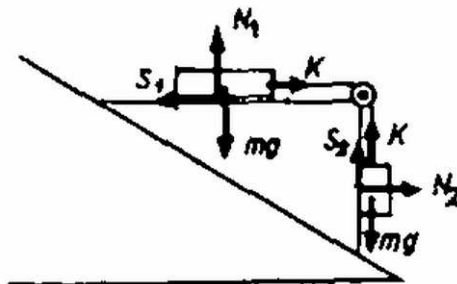


2. ábra

A mozgásegyenletet a vízszintes és függőleges komponensekre írjuk föl; a hasáb mozgásegyenlete:

$$\begin{aligned} (3) \quad & MA \cos \alpha = N \sin \alpha - S \cos \alpha + S_1 - N_2 - K, \\ (4) \quad & MA \sin \alpha = Mg - N \cos \alpha - S \sin \alpha + N_1 + S_2 + K. \end{aligned}$$

A 3. ábra a két m tömegű testre ható erőket mutatja.

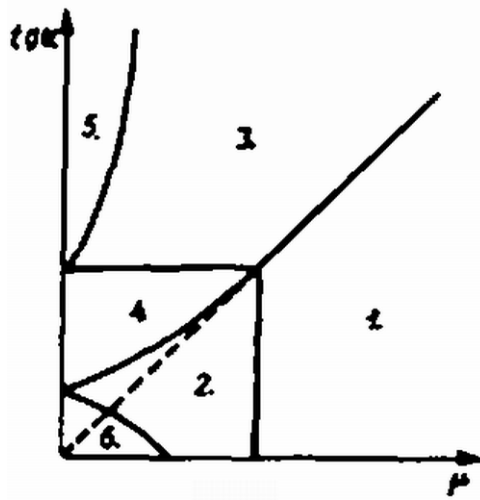


3. ábra

Ismét vízszintes és függőleges komponensekben dolgozva, a mozgásegyenletek a következők:

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & m(a + A \cos \alpha) = K - S_1, \\
 (6) \quad & mA \sin \alpha = mg - N_1, \\
 (7) \quad & m(a + A \sin \alpha) = mg - S_2 - K, \\
 (8) \quad & mA \cos \alpha = N_2.
 \end{aligned}$$

Vizsgáljuk meg, hogy α és μ függvényében milyen esetek lehetségesek! Az eredményeket a 4. ábrán foglaltuk össze.



4. ábra

1. $A = 0$ és $a = 0$.

Ekkor a lelógó test nem nyomódik a hasábhöz, $N_2 = 0$ és így $S_2 = 0$. A (3)-(8) egyenletrendszer is felhasználva a tapadás $S \leq \mu N$, ill. $S_1 \leq \mu N_1$ feltételéből a $\operatorname{tg} \alpha \leq \mu$ és $\mu \geq 1$ feltételek adódnak.

2. $A = 0$ és $a > 0$.

Ekkor is $N_2 = S_2 = 0$, $S_1 = \mu N_1$, mivel a test csúszik. Az $a > 0$ feltételből $\mu < 1$ adódik, $|S| \leq \mu N$ pedig akkor teljesül, ha $\operatorname{tg} \alpha$ két, μ -tól és a tömegektől függő érték közé esik (l. a 4. ábrát).

3. $A > 0$ és $a = 0$.

Ekkor $S = \mu N$, amit felhasználva a nyilvánvaló $A = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ eredmény adódik. Ez akkor pozitív, ha $\operatorname{tg} \alpha > \mu$. A tapadás miatt $|S_1| \leq \mu N_1$ és $|S_2| \leq \mu N_2$. Ennek a két feltételnek az együttes kezelése nagyon bonyolult lenne, mivel S_1 és S_2 nem fejezhető ki külön-külön az egyenletrendszerből. Meghatározható viszont $S_1 + S_2$ és kihasználva, hogy a megcsúszás határhelyzeteiben S_1 és S_2 egy irányba mutat, írhatjuk a két feltétel helyett az $|S_1 + S_2| \leq \mu(N_1 + N_2)$ egyenlőtlenséget. Ennek taglalásából $\operatorname{tg} \alpha > 1$ és $\mu > f(\operatorname{tg} \alpha)$ adódik, ahol az f függvény az egyenletrendszer megoldásából meghatározható.

4. $A > 0$ és $a > 0$.

Ebben az esetben valamennyi felületnél csúszás lép fel, a relatív elmozdulás iránya megegyezik az ábrák rajzolásakor feltételezettel. Így a (3)-(8) egyenletekhez az $S = \mu N$, $S_1 = \mu N_1$ és az $S_2 = \mu N_2$ egyenletek járulnak, az egyenletrendszerből A és a meghatározható. Az $a > 0$ feltevésből $\operatorname{tg} \alpha < 1$, az $A > 0$, feltevésből

$$\operatorname{tg} \alpha > \frac{2\mu M + m(2\mu + 1 + \mu^2)}{2M + 3m + \mu^2 m}$$

feltétel adódik.

5. $A > 0$, $a < 0$.

Ekkor S_1 és S_2 iránya a berajzolttal ellentétes, így $S_1 = -\mu N_1$, $S_2 = -\mu N_2$, és $S = \mu N$. Ez az eset meredek és csúszós lejtő esetén áll fenn, $a < 0$ -ból $\operatorname{tg} \alpha > 1$, $A > 0$ -ból μ -re α -tól függő felső határ adódik.

6. $A < 0$ és $a > 0$.

Egyenleteink ekkor csak az elengedés pillanatában érvényesek, hosszú idő után ugyanis a függőleges fal mellett lógó kötél nem függőleges. $N_2 = 0$, és így $S_2 = 0$ már az induláskor is fennáll, nem igaz azonban a (8) egyenlet, hiszen a

függőleges kötélén lógó tömeg induláskor vízszintesen nem gyorsul. A csúszás miatt $S = -\mu N$ és $S_1 = \mu N_1$. Ezeket az egyenleteket (3)-(7)-tel kombinálva a gyorsulások meghatározhatók. Az $A < 0$ feltétel akkor áll fenn, ha

$$\operatorname{tg} \alpha < \frac{m(1 - 4\mu - \mu^2) - 2\mu M}{m(3 + 2\mu - \mu^2) + 2M}.$$

Ezzel minden α és μ esetén meghatároztuk, hogy hogyan mozog a rendszer.

Kaptás Dénes (Nagykőrös, Arany J. Gimn. IV. o. t.)
dolgozata alapján