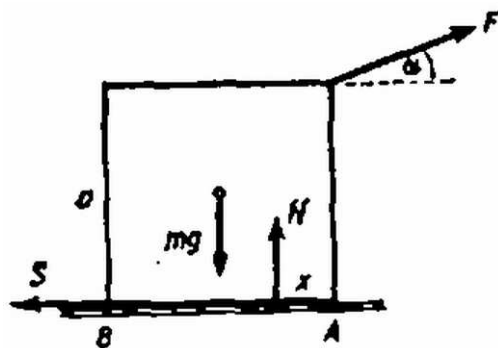




A kockára kötött fonálban az erőt növelve elérhetjük, hogy a kocka megindul.



1. ábra

A megindulást megelőző pillanatban a kocka még nyugalomban van, az egyensúly egyenletei a következők (jelölések az 1. ábra szerint):

$$0 = mg - N - F \sin \alpha,$$

$$0 = F \cos \alpha - S,$$

$$0 = S \cdot (a/2) - N(a/2 - x) + F(a/2) \cos \alpha - F(a/2) \sin \alpha,$$

ahol az első két egyenlet az erők egyensúlyát fejezi ki, a harmadik a súlypontra vonatkoztatott forgatónyomatékét. x a talaj nyomóereje eredőjének támadási pontjának, és a kocka A élének távolsága. Negyedik egyenletünk szerint az F erő nagyságát tovább növelve a test megmozdul, tegyük fel, hogy megcsúszik:

$$S = \mu N,$$

ha ui. nem csúszik, akkor billen, azt x nagyságából tudhatjuk meg. Négy ismeretlenünk van: F , N , S és μ , ha α -t adottnak vesszük. x -et kifejezve kapjuk:

$$(1) \quad x = (a/2)(\mu \operatorname{tg} \alpha - 2\mu + 1).$$

Feladatunk szerint ha $\alpha > 30^\circ$, a kocka csúszik, azaz

$$0 \leq x \leq a,$$

míg ha $\alpha < 30^\circ$, a kocka felborul:

$$x \leq 0; \quad \text{vagy} \quad x \geq a.$$

Ez úgy képzelhető el, ha $\alpha = 30^\circ$ -ra, x értékére, az (1) egyenlet nullát vagy a -t ad. Az utóbbi csak negatív súrlódási együttható értékeknél adódna, így elképzelhetetlen, az előbbiből pedig

$$\mu = \frac{1}{2 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{2 - (\sqrt{3}/2)} \cong 0,7$$

adódik, azaz ha $\mu = 0,7$, a feladat szerinti dolog megtörténhet: $\alpha < 30^\circ$ -ra a kocka a talajhoz tapad és az A pont körül fordulva felborul, míg $\alpha > 30^\circ$ -ra a kocka csúszni fog az F erő hatására.

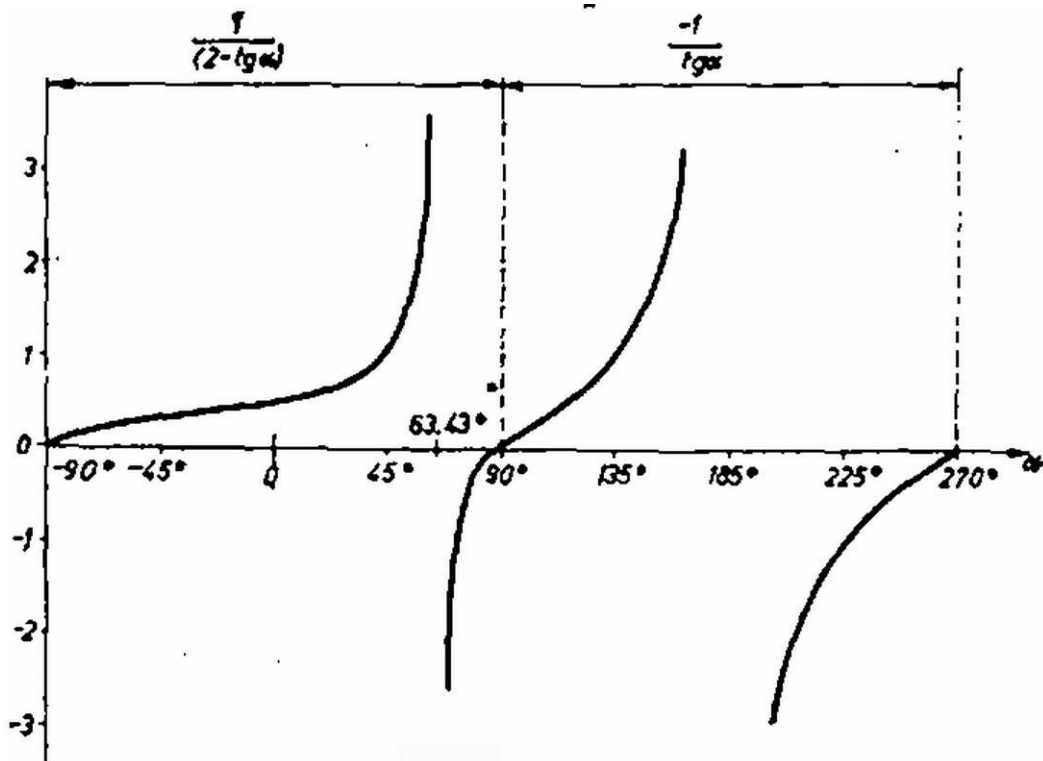
Megjegyzés. Annak feltétele, hogy az A pont körül billenjen fel a kocka (határesetben $x = 0$):

$$\mu = \frac{1}{2 - \operatorname{tg} \alpha},$$

míg annak, hogy a B pont körül ($x = a$):

$$\mu = -\frac{1}{2 - \operatorname{tg} \alpha},$$

ami éppen az előző képlet mínusz egyszerese.



2. ábra

Az $\frac{1}{2 - \operatorname{tg} \alpha}$ értékeit ábrázolva α függvényében (2. ábra bal oldalán) megállapíthatjuk, hogy a függvény értéke nemnegatív a $(63,43^\circ; 90^\circ)$ intervallumot kivéve, azaz ha $\alpha < 63,43^\circ$, mindig az A pont körül fordul el a kocka, míg ha a példa szövegében $\alpha > 63,43^\circ$ szerepelne, a kocka a B pont körül fordulna el.

A 2. ábráról leolvashatóak még a következők: ha a feladat szövegében megadott α értéke nullánál éppen nagyobb lenne, a súrlódási együtthatóra 0,5-nél valamivel nagyobb érték adódna. α -t növelve μ is nő, majd $63,43^\circ$ -nál μ lehet bármekkora, a kocka mindenképpen csúszni fog. Ennél nagyobb α értékekre a B pont körül fog elfordulni a kocka, a feladat azonban szögszerint nem teljesíthető, mert kisebb szögeknél csúszik, nagyobbaknál borul a kocka. Ez a helyzet $\alpha = 90^\circ$ -nál változik, mivel $\alpha > 90^\circ$ -ra a megoldás elején felírt egyenletek közül az $S = \mu N$ helyett $S = -\mu N$ írandó, (1) helyett pedig az

$$x = (a/2)(-\mu \operatorname{tg} \alpha + 1)$$

összefüggés adódik. A borulás feltételei (a feladat szövegének értelmében):

$$\begin{array}{ll} \text{az } A \text{ pont körül } (x = 0) : & \mu = (1/\operatorname{tg} \alpha) < 0, \\ \text{a } B \text{ pont körül } (x = a) : & \mu = -(1/\operatorname{tg} \alpha) > 0; \end{array}$$

azaz az A pont körüli borulás (természetesen) elképzelhetetlen a feladat megoldása ilyen esetben az $\mu = (-1 \operatorname{tg} \alpha)$ feltételből adódik. Az 2. ábra jobb oldalán ábrázoltuk a $-(1/\operatorname{tg} \alpha)$ függvényt a $(90^\circ; 270^\circ)$ intervallumon. A feladat diszkussziója ezek után már hasonlóan befejezhető.