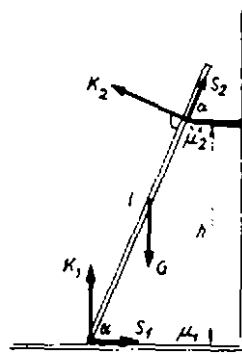


Jelöljük a rúdra ható erőket az 1. ábrának megfelelően.



1. ábra

Az egyensúly feltétele, hogy ezen erők eredője, valamint forgatónyomatékaik összege zérus legyen. Az utóbbit a rúd talppontjára felírva, ezekből a feltételekből a következő egyenletrendszert kapjuk:

$$\begin{aligned} (1) \quad & K_1 - K_2 \cos \alpha + S_2 \sin \alpha - G = 0, \\ (2) \quad & S_1 + S_2 \cos \alpha - K_2 \sin \alpha = 0, \\ (3) \quad & G(l/2) \cos \alpha - K_2 h / \sin \alpha = 0. \end{aligned}$$

Az S_1 és S_2 súrlódási erőkre nyilván teljesül, hogy

$$(4) \quad |S_1| \leq \mu_1 K_1, \quad |S_2| \leq \mu_2 K_2.$$

továbbá az elrendezésből következik az

$$(5) \quad 1 \geq \sin \alpha \geq h/l$$

egyenlőtlenség. ($\sin \alpha = 1$ esetén a rúd labilis egyensúlyi helyzetben, függőlegesen áll.)

Az (1)–(3) egyensúlyi egyenletek csak a K_2 kényszererőt határozzák meg egyértelműen, S_1 , S_2 és K_1 nagysága attól függ, hogyan helyeztük oda a rudat (be van-e „feszítve” vagy kicsit „húzva”). Azokat az α szögeket, amelyeknél egyensúly lehetséges, a következőképpen kaphatjuk meg.

Fejezzük ki az (1)–(3) egyenletekből S_1 -et, ill. S_2 -t K_1 függvényeként:

$$(6) \quad S_1 = \frac{1}{\sin \alpha} \left[G \left(\frac{l}{2h} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right) - \cos \alpha + K_1 \cos \alpha \right],$$

$$(7) \quad S_2 = \frac{1}{\sin \alpha} \left[G \left(1 - \frac{l}{2h} \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha \right) - K_1 \right],$$

Ha van olyan $K_1 > 0$, hogy $S_1(K_1)$ és $S_2(K_1)$ kielégítik a (4) feltételeket, akkor az adott α szög mellett megvalósítható az egyensúly. (3), (4), (6), és (7), alapján kapjuk, hogy

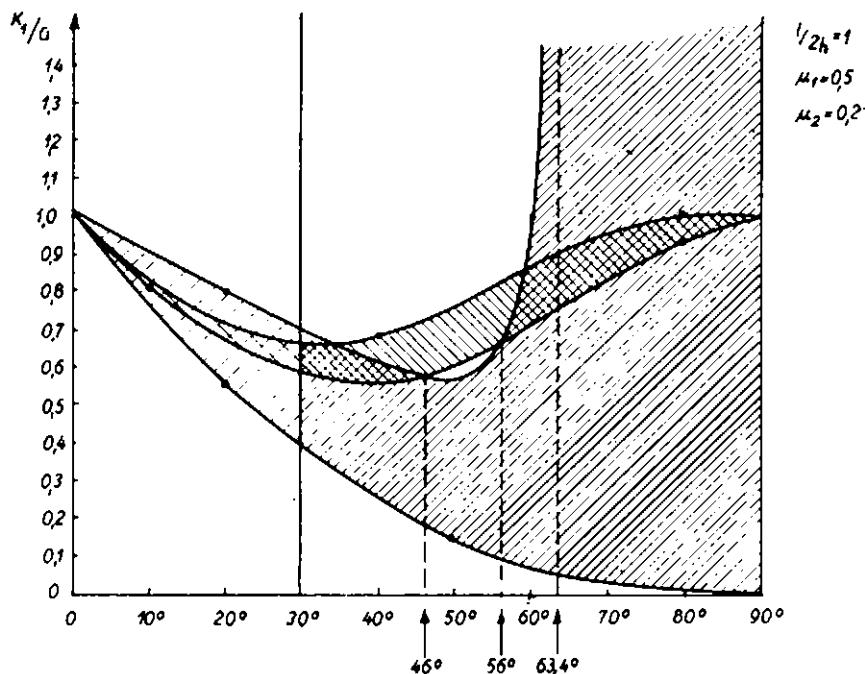
$$(8) \quad K_1(\mu + \operatorname{ctg} \alpha) \geq G \left[\operatorname{ctg} \alpha - \left(\frac{l}{2h} \right) \cos \alpha \right] \geq K_1(\operatorname{ctg} \alpha - \mu_1)$$

és

$$\begin{aligned} (9) \quad & G \left[1 + \frac{l}{2h} \sin \alpha \cdot \cos \alpha (\mu_2 \sin \alpha - \cos \alpha) \right] \geq K_1 \geq \\ & \geq G \left[1 - \frac{l}{2h} \sin \alpha \cdot \cos \alpha (\mu_2 \sin \alpha + \cos \alpha) \right] \end{aligned}$$

A (8) és (9) egyenlőtlenségek jelölik ki – a $K_1 > 0$ és (5) feltétel figyelembevételével a lehetséges α szögeket és K_1 szóba jöhető értékeit.

A (8), (9) egyenlőtlenségek algebrai megoldása meglehetősen bonyolult. Adott $l/2h$, μ_1 és μ_2 értékek mellett azonban grafikus megoldásuk nem jelent nehézséget. A megoldás menete a következő: egy rajzon ábrázoljuk a (8) ill. (9) egyenlőtlenségeket kielégítő (K_1, α) számpárokat $K_1 > 0$ esetén. A kettő közös részének az a része, amelyben $\alpha \geq \arcsin(h/l)$ tartalmazza azokat az α szögeket és a hozzájuk tartozó lehetséges K_1 értékeket, amelyeknél egyensúly lehet.



2. ábra

A 2. ábra a (8), (9) egyenlőtlenségek megoldását mutatja $l/(2h) = 1$, $\mu_1 = 0,5$, $\mu_2 = 0,2$ paraméterértékek esetén. A jobbra dőlő vonalkázott tartomány mutatja a (8) egyenlőtlenségeket kielégítő (K_1, α) párokat, határoló görbéi a

$$(10a) \quad K_1/G = \frac{\operatorname{ctg} \alpha - [l/(2h)] \cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \mu_1}$$

$$(10b) \quad K_1/G = \frac{\operatorname{ctg} \alpha - [l/(2h)] \cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha + \mu_1}$$

egyenletű görbék. A balra dőlő vonalkázású tartomány pontjai a (9) egyenlőtlenségeket elégítik ki, ezt a tartományt a

$$(11a) \quad K_1/G = 1 + [l/(2h)] \sin \alpha \cos \alpha (\mu_2 \sin \alpha - \cos \alpha),$$

$$(11b) \quad K_1/G = 1 - [l/(2h)] \sin \alpha \cos \alpha (\mu_2 \sin \alpha + \cos \alpha),$$

egyenletű görbék határolják. A két tartomány közös része mindkét irányban vonalkázott. Azok a részek, amelyekben $\alpha > \arcsin(h/l)$, kétszeres sűrűséggel vonalkázottak. Az ábráról leolvasható, hogy esetünkben két olyan tartomány van a (K_1, α) síkon, amelynek pontjai kielégítik a (8), (9) valamint az (5) egyenlőtlenségeket. Ennek megfelelően két szögtartomány van, amelyben lehet egyensúly, a 30° és 46° közötti, illetve az 56° és 90° közötti szögek tartománya.

Oszlányi Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján