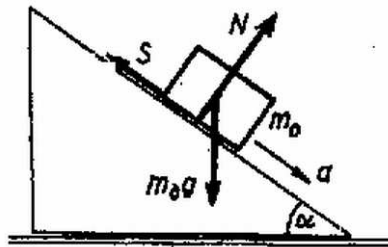


Háromféle esetet különböztethetünk meg:

1. Mindkét test (a kis lejtő és a hasáb) nyugalomban van;
2. a két test azonos gyorsulással mozog, relatív helyzetük nem változik;
3. a két test gyorsulása különböző.

Az első két esetben a kis lejtő és a rajta levő hasáb egy testnek tekinthető. Vizsgáljuk meg egy α hajlásszögű lejtőre helyezett m_0 tömegű test mozgását μ súrlódási együttható esetén.



1. ábra

A mozgásegyenlet az 1. ábra alapján:

$$m_0 a = m_0 g \sin \alpha - \mu m_0 g \cos \alpha,$$

így a gyorsulás

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha),$$

A mozgás feltétele ($a \geq 0$): $\mu \leq \tan \alpha$.

Tehát a $\mu > \tan \alpha$ esetben az 1. eset valósul meg, azaz mozgás nem indul meg.

A 2. esetben a m és M tömegű testekből álló rendszer gyorsulása:

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Vizsgáljuk meg, milyen μ értéknél várható a 2. eset. A m tömegű test akkor nem csúszik a M tömegű testen, ha

$$(1) \quad S_1 < \mu N_2.$$

A gyorsulás vízszintes komponense:

$$a' = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cdot \cos \alpha.$$

Ezt az S_1 erő hozza létre az m tömegű testen. A gyorsulás függőleges komponense:

$$a'' = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \sin \alpha.$$

Ez a komponens az $mg = N_2$ hatásaként jön létre. Ezek alapján az (1) egyenlőtlenség:

$$\mu [mg - mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \sin \alpha] > mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cos \alpha,$$

azaz

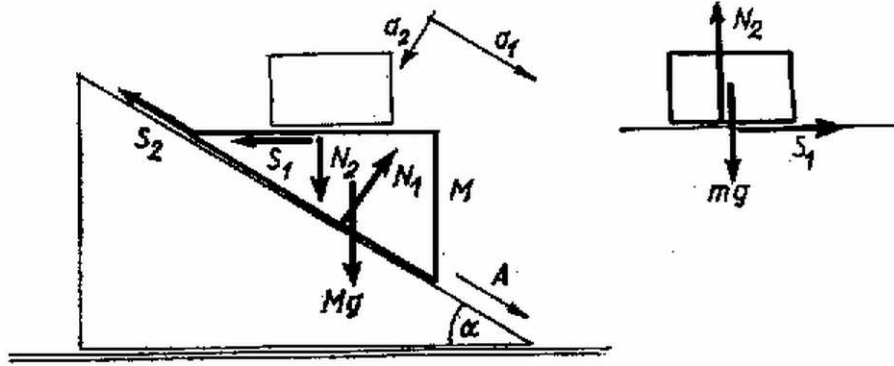
$$\mu^2 \cos \alpha \sin \alpha + 2\mu \cos^2 \alpha - \cos \alpha \sin \alpha > 0.$$

Megoldva a idetartozó másodfokú egyenletet, kapjuk, hogy a kívánt egyenlőtlenség a következő (fizikailag reális) esetben teljesül:

$$\mu > \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

Tehát a 2. eset akkor valósul meg, ha

$$\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} < \mu \leq \tan \alpha.$$



2. ábra

A 3. eset feltétele

$$\mu \leq \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

A mozgásegyenletek a 2. ábra alapján:

$$\begin{aligned} mg - N_2 &= ma_2 \cos \alpha + ma_1 \sin \alpha, \\ \mu N_2 &= ma_1 \cos \alpha - ma_2 \sin \alpha, \\ MA &= (Mg + N_2) \sin \alpha - \mu N_2 \cos \alpha - S_2, \\ Mg \cos \alpha + N_2 \cos \alpha + \mu N_2 \sin \alpha &= N_1, \\ S_2 &= \mu N_1. \end{aligned}$$

Megoldva az egyenletrendszert:

$$A = g \frac{M(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - m(2\mu \cos \alpha + \mu^2 \sin \alpha - \sin \alpha)}{M - m \sin \alpha (2\mu \cos \alpha + \mu^2 \sin \alpha - \sin \alpha)}$$

Az m tömegű test gyorsulása:

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}.$$

Mivel m és M mindig érintkeznek, a függőleges komponens $a_1 = A \sin \alpha$. A vízszintes komponens S_1/m , ahol S_1 a mozgásegyenlet alapján $\mu m(g - A \sin \alpha)$. Tehát

$$a = \sqrt{A^2 \sin^2 \alpha + (g - A \sin \alpha)^2 \mu^2}$$

Oszlányi Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján