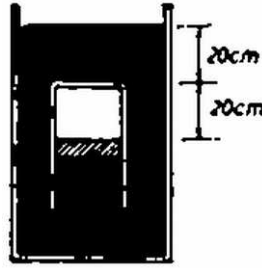


Jelöljük az edény keresztmetszetét A_1 -gyel, a hengerét A_2 -vel, a hengerben levő levegő magasságát h -val, a henger feleke és a higanyfelszín közti távolságot l -lel.

Egyensúly esetén a henger felekeire ható külső és belső nyomás egyezik meg, így a bezárt levegő nyomása kezdetben: $p_1 = p_0 + l\gamma_{\text{Hg}}$, ahol p_0 a külső légnyomás, γ_{Hg} pedig a higany fajsúlya.



Ha a hőmérsékletet T_1 -ről T_2 -re emeljük, akkor a bezárt levegő kitágul, s a henger x emelkedésével a higany szint magassága $x \cdot (A_2/A_1)$ -gyel nő. A belső nyomás ekkor

$$p_2 = p_0 + [l - x + x(A_2/A_1)]\gamma_{\text{Hg}}.$$

Alkalmazva az egyesített gáztörvényt:

$$\frac{p_1 A_2 h}{T_1} = \frac{p_2 A_2 (h + x)}{T_2},$$

vagyis

$$(1) \quad \frac{(p_0 + l\gamma_{\text{Hg}})h}{T_1} = \frac{\left[p_0 + \left(l - x + \frac{A_2}{A_1} \cdot x \right) \gamma_{\text{Hg}} \right] (h + x)}{T_2}.$$

Adatainkat ($T_1 = 0^\circ\text{C}$, $T_2 = 47^\circ\text{C}$, $A_1 = 20\text{ cm}^2$, $A_2 = 10\text{ cm}^2$, $l = h = 20\text{ cm}$) behelyettesítve kapjuk, hogy

$$x \approx 4\text{ cm}.$$

Tehát ennyit emelkedik a henger a hőmérséklet növelésével.

A hengerben levő levegő súlya elhanyagolható, ezért a fonál a bezárt levegővel megegyező magasságú higany nyomásával tart egyensúlyt. A fonálerő tehát kezdetben $F_1 = A_2 h \gamma_{\text{Hg}} \approx 2,7\text{ kp}$, melegítés után $F_2 = A_2 (h + x) \gamma_{\text{Hg}} \approx 3,2\text{ kp}$.

Számítsuk ki, hogyan függ x az edény méretéből.

Az (1) egyenletben A_1 -et és A_2 -t paraméterként meghagyva x -re a következő másodfokú egyenletet kapjuk:

$$x^2 + \left(20 + 96 \frac{A_1}{A_2 - A_1} \right) x - 330 \frac{A_1}{A_2 - A_1} = 0,$$

tehát a henger helyzete a következőképpen függ az edény és a henger keresztmetszetétől:

$$x = \frac{48A_1}{A_1 - A_2} - 10 - \sqrt{\left(\frac{48A_1}{A_2 - A_1} + 10 \right)^2 + 330 \frac{A_1}{A_2 - A_1}}.$$

Ha $A_1 = \infty$, akkor $x = 4,6\text{ cm}$, ha pedig $A_1 = A_2$, akkor $x = 3,4\text{ cm}$. Vizsgáljuk meg az egyensúlyi helyzet stabilitását!

A felekre ható erő 0°C -on a Δx elmozdulás függvényében

$$K = A_2 \left\{ \Delta x \frac{A_1 - A_2}{A_1} \gamma_{\text{Hg}} - \left[(p_0 + l\gamma_{\text{Hg}}) - (p_0 + l\gamma_{\text{Hg}}) \frac{h}{h + \Delta x} \right] \right\}.$$

Ha Δx infinitezimális, akkor

$$K/\Delta x = A_2 \left[\frac{A_1 - A_2}{A_1} \gamma_{\text{Hg}} - \frac{1}{h} (p_0 + l\gamma_{\text{Hg}}) \right].$$

A megadott értékeknél $K/\Delta x$ negatív, így az egyensúlyi helyzet stabil, hiszen az elmozdulással ellentétes visszatérítő erő lép fel. Ugyanez a helyzet 47°C -on is. Megjegyzendő, hogy elég nagy h -t választva az egyensúlyi helyzet labilissá tehető.