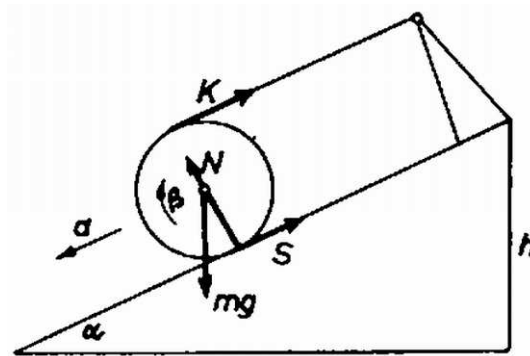


I. megoldás. Bontsuk fel a korong mozgását tömegközéppontjának haladó mozgására és a tömegközéppont körüli forgásra! A korongra az ábrán látható erők hatnak, tegyük fel, hogy a fonalat a lejtővel párhuzamos helyzetben rögzítettük. A korong tömege legyen m , sugara r , a tömegközéppontra vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = (1/2)mr^2$. A korong lejtővel párhuzamos mozgására tehát

$$(1) \quad ma = mg \sin \alpha - K - S;$$

a lejtőre merőlegesen a korong nem gyorsul, így

$$(2) \quad N = mg \cos \alpha.$$



A korong forgó mozgására vonatkozó egyenlet:

$$(3) \quad \Theta \beta = Kr - Sr.$$

ahol β a szöggyorsulás. A korong a nyújthatatlan fonálról gördül le, így szöggyorsulása és tömegközéppontjának gyorsulása között fennáll a

$$(4) \quad \beta r = a$$

kényszerfeltétel. Ha a korong megmozdul, közte és a lejtő között csúszó súrlódás lép fel, így

$$(5) \quad S = \mu N.$$

Az (1)-(5) egyenletekből álló egyenletrendszerből a korong gyorsulása kifejezhető:

$$(6) \quad a = (2/3)g(\sin \alpha - 2\mu \cos \alpha).$$

A korong gyorsulása nem lehet negatív, tehát $\sin \alpha \geq 2\mu \cos \alpha$. A korong akkor gyorsul, ha

$$(7) \quad \mu < (1/2)\tan \alpha.$$

Egyenlőség esetén a meglökött korong állandó sebességgel mozog míg $\mu > (1/2)\mu \tan \alpha$ esetén a korong meglökés után is megáll.

Böszörményi Zoltán (Dunaújváros, Münnich F. Gimn., III. o. t.)

II. megoldás. A korong mozgása bármely pillanatban tekinthető úgy, mint a fonál elválási pontja körül történő forgás. Erre a pontra vonatkozóan a korong tehetetlenségi nyomatéka a Steiner-tétel alapján

$$(8) \quad \Theta' = \Theta + mr^2 = (3/2)mr^2.$$

A pillanatnyi forgástengely körüli elfordulásra vonatkozó egyenlet:

$$(9) \quad \Theta' \beta = rm g \sin \alpha - 2rS.$$

Ezt az egyenletet az (1) és (3) egyenlet helyére írva az egyenletrendszer megoldható, hiszen eggyel kevesebb egyenletünk van, de a K ismeretlen erő az egyenletekben nem szerepel. Az egyenletrendszer megoldása megegyezik az I. megoldásban kapott megoldással.

Mármárosi József (Kisbér, Tánicsics M. Gimn., III. o. t.)

III. megoldás. Oldjuk meg a feladatot a munkatétel segítségével! Tegyük fel, hogy az elindulás után a korong középpontja Δh -val lejjebb kerül, ekkor helyzeti energiájának csökkenése $mg\Delta h$. Ez az energiaváltozás mozgási és forgási energiát, valamint súrlódási munkát fedez. A súrlódási erő $S = \mu N = \mu mg \cos \alpha$. A korong középpontja $\Delta h / \sin \alpha$ úton mozdul el, a lejtővel érintkező pontjának elmozdulása azonban ennek kétszerese, mivel a korong forog is, és $v = \omega r$. A munkatétel:

$$(10) \quad mg\Delta h = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\Theta\omega^2 + 2\mu mg \cos \alpha \frac{\Delta h}{\sin \alpha}.$$

$\Theta = (1/2)mr^2$ és $\omega = v/r$ értékeket beírva v^2 kifejezhető:

$$(11) \quad v^2 = \frac{4}{3}g\Delta h - \frac{8}{3}\mu \cos \alpha \frac{\Delta h}{\sin \alpha}.$$

Az egyenletesen gyorsuló mozgás esetén $v^2 = 2as$, v^2 az elmozdulással arányos. Másrészt belátható, hogy ha egy mozgás olyan, hogy v^2 az elmozdulással arányos, akkor a gyorsulás állandó. (11)-ben v^2 valóban az elmozdulással arányos, így a mozgás egyenletesen gyorsuló. Az elmozdulás $\frac{\Delta h}{\sin \alpha}$, így

$$(12) \quad a = \frac{v^2}{2s} = \frac{v^2 \sin \alpha}{2\Delta h} = \frac{2}{3}g(\sin \alpha - 2\mu \cos \alpha).$$

Pulai Sándor (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., III. o. t.)