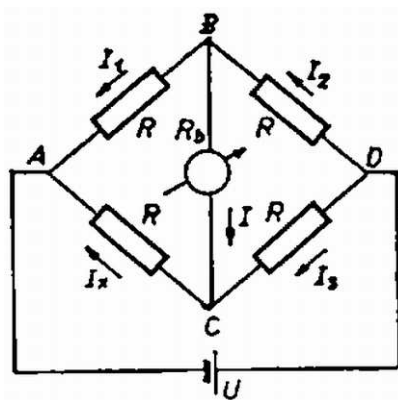


**I. megoldás.** Számítsuk ki, hogy mekkora  $R_x$  ellenállás esetén folyik át a galvanométeren  $I$  erősségű áram! Írjuk fel a Kirchhoff-törvényeket az ábrán feltüntetett jelölésekkel! A  $B$  és a  $C$  csomópontokra:

$$\begin{aligned} (1) \quad I_2 &= I_1 + I, \\ (2) \quad I_x &= I + I_3. \end{aligned}$$



Alkalmazzuk a huroktörvényt a  $BCAB$ ,  $BCDB$  és a  $DBAKD$  hurkokra:

$$\begin{aligned} (3) \quad IR_b + I_x R_x - I_1 R &= 0, \\ (4) \quad IR_b - I_3 R + I_2 R &= 0, \\ (5) \quad I_2 R + I_1 R &= U. \end{aligned}$$

Az egyenletrendszert  $R_x$ -re megoldva:

$$(6) \quad R_x = R \frac{U - I(2R_b + R)}{U + I(2R_b + 3R)}$$

A galvanométer akkor nem jelez áramot, ha  $-I_0 < I < I_0$ . Mivel a  $[-I_0, I_0]$  intervallumon  $R_x$  mint  $I$  függvénye szigorúan monoton fogy, azért a  $-I_0 < I < I_0$  feltétel ekvivalens a következővel:

$$(7) \quad R \frac{U - I_0(2R_b + R)}{U + I_0(2R_b + 3R)} < R_x < R \frac{U + I_0(2R_b + R)}{U - I_0(2R_b + 3R)},$$

az adatokat behelyettesítve.

$$99,56 \, \Omega < R_x < 100,44 \, \Omega.$$

Horváth Gábor (Kiskunhalas, Szilády Á. Gimn., III. o. t.)

*Megjegyzés.* Figyelembe véve, hogy a (6) egyenletben az  $IR$ -et és  $IR_b$ -t tartalmazó tagok sokkal kisebbek, mint  $U$ , és felhasználva azt az összefüggést, hogy  $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$ ,  $x \ll 1$  esetén  $R_x$  a következő alakra hozható:

$$\begin{aligned} R_x &= R \frac{1 - (I/U)(2R_b + R)}{1 + (I/U)(2R_b + 3R)} \approx R [1 - (I/U)(2R_b + R)] \cdot [1 - (I/U)(2R_b + 3R)] \approx \\ (8) \quad &\approx R [1 - (I/U)(4R_b + 4R).] \end{aligned}$$

(A beszorzásnál elhanyagoltuk a másodrendűen kicsi  $I^2$ -es tagokat.)

Ebben az alakban könnyen felismerhető a feladat fizikai tartalma: a vizsgált hídkapcsolást arra használhatjuk, hogy segítségével eldöntsük, hogy egy ellenállás értéke  $R_x = 100\ \Omega$ -mal egyenlő-e vagy sem. Az a tartomány, melyben a galvanométer nem jelez áramot, a mérés hibájára jellemző. Ha tehát a galvanométer nem tér ki mérhetően, az ellenállás értéke

$$(9) \quad R_x = R \pm R(I_0/U)(4R_b + 4R) = 100\ \Omega \pm 0,44\ \Omega$$

*Csató István* (Mezőtúr, Teleki B. Gimn., IV. o. t.)

**II. megoldás.** A feladat célja annak megállapítása, hogy az ábrán látható elrendezésben mekkora hibával határozható meg az  $R_x$  ellenállás. Egy fizikai mennyiség hibáját általában elegendő egy jegy pontossággal megadni, így a feladat pontos megoldása helyett egy durva becslés alkalmazásával is megelégedhetünk.

Ha a galvanométeren  $I$  áram folyik keresztül, akkor a  $B$  és  $C$  pontok közötti feszültségkülönbség  $IR_b$ . A továbbiakban hanyagoljuk el a galvanométeren átfolyó áramot, és az  $ABD$  és  $ACD$  ágat tekintsük egyszerű feszültségosztónak. Ekkor az  $A$  ponthoz viszonyítva a  $B$  pont feszültsége  $(U/2)$  a  $C$  pont feszültsége  $UR_x/(R + R_x)$ .

A  $B$  és  $C$  pont közötti feszültségkülönbség

$$(10) \quad \frac{U}{2} - U \frac{R_x}{R + R_x} = IR_b,$$

ahonnan

$$(11) \quad R_x = R \frac{U - 2IR_b}{U + 2IR_b} \approx R \left( 1 - 4 \frac{I}{U} R_b \right).$$

Nem jelez áramot a galvanométer, ha

$$(12) \quad R_x = R \pm 4R(I_0/U)R_b = 100\ \Omega \pm 0,4\ \Omega.$$

Meg kell még vizsgálnunk, hogy mekkora hibát követhettünk el az  $I$  áram elhanyagolásával.  $I$ -t figyelmen kívül hagyva a  $B$  pont feszültsége ( $A$ -hoz viszonyítva)  $U/2$ . Ha  $I$ -t is számításba vesszük, akkor  $D$  és  $B$  között  $I$ -vel nagyobb áram folyik, mint  $B$  és  $A$  között, így  $B$  feszültségére (1) és (5) felhasználásával

$$(13) \quad I_1 R = (U/2) - (IR/2)$$

adódik. Az elkövetett hiba tehát  $IR/2$ . Hasonló a  $C$  pont feszültségének bizonytalansága, így  $B$  és  $C$  feszültségkülönbségének számításakor  $IR$  nagyságrendű hibát követhettünk el, ami  $IR_b$  mellett elhanyagolható, ha  $R_b \gg R$ . Esetünkben  $R_b = 10\ \Omega$ , tehát a közelítés egy jegy pontossággal helyes eredményt ad. Felfelé kerekítve, az adott elrendezésben  $R_x$   $0,5\ \Omega$  pontossággal határozható meg.

*Szállási Zoltán* (Esztergom, Dobó K. Gimn., II. o. t.)