

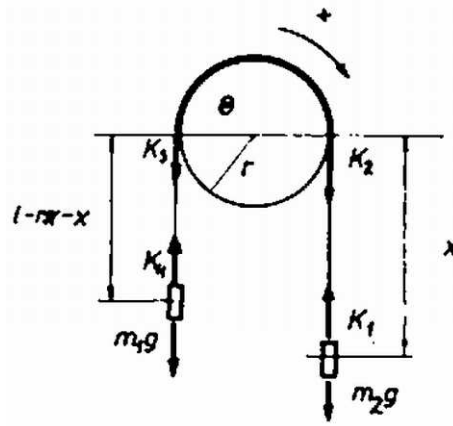
Tegyük fel, hogy a tapadási súrlódás olyan nagy, hogy a kötel tapad a csigához. A kötélerő csak olyan esetben állandó, amikor a csiga tehetetlenségi nyomatéka elhanyagolhatóan kicsi és a kötel tömege is elhanyagolható. A jelen esetben ez nem áll fenn, ezért négy különböző kötélerővel kell számolnunk (l. az ábrát).

Az m_2 tömegű test mozgásegyenlete:

$$m_2g - K_1 = m_2a.$$

Az x hosszúságú fonalat $K_1 + (m/l)gx - K_2$ erő gyorsítja. A nyújthatatlanság miatt a gyorsulás most is a ;

$$K_1 - K_2 + (m/l)gx = (m/l)xa.$$



A csigán minden pillanatban rajta van egy félkörnyi kötélrész. A teljes tehetetlenségi nyomaték tehát

$$\Theta' = \Theta + (m/l)r\pi r^2.$$

Ezt a rendszert $(K_2 - K_3)r$ forgatónyomaték forgatja:

$$K_2 - K_3 = \Theta'(a/r^2).$$

A bal oldali kötel és az m_1 tömegű test mozgásegyenlete:

$$\begin{aligned} K_3 - K_4 - (m/l)g(l - r\pi - x) &= (m/l)(l - r\pi - x)a, \\ K_4 - m_1g &= m_1a. \end{aligned}$$

Az egyenletrendszer megoldása

$$a = a(x) = \frac{m_2 - m_1 - m[1 - (r\pi/l)] + 2mx/l}{m_1 + m_2 + m + (\Theta/r^2)} g.$$

A gyorsulás tehát lineárisan nő a jobb oldali kötélnyújtással (x) függvényében. A fenti képletből az is leolvasható, hogy annak feltétele, hogy az m_2 tömeg mozogjon lefelé ($a > 0$), az, hogy m_2 és a kezdetben jobb oldalon levő kötélrész tömege nagyobb legyen m_1 -nek és a bal oldali kötélrész tömegének összegénél:

$$m_2 + mx_0/l > m_1 + m[1 - (r\pi/l) - x_0/l].$$

ahol x_0 a kezdeti állapotban a lelógó kötel hossza.

A gyorsulás nem állandó, ezért a $v = \sqrt{2ax}$ képlet nem használható! A sebességet az energiatételből határozhatjuk meg (amelynek felírásakor a kötelek súlypontjának változását is figyelembe kell venni):

$$\begin{aligned} (1/2)v^2[m_1 + m_2 + m + (\Theta/r^2)] &= m_2g(x - x_0) - m_1g(x - x_0) + \\ + (1/2)(m/l)gx^2 - (1/2)(m/l)x_0gx_0 &+ (m/2)[1 - (r\pi/l) - (x/l)]g(l - r\pi - x) - \\ - (m/2)[1 - (r\pi/l) - (x_0/l)]g(l - r\pi - x_0). \end{aligned}$$

Ebből

$$v(x) = \sqrt{\frac{2(x - x_0)[m_2 - m_1 + (m/l)(x + x_0 + r\pi - l)]g}{m_1 + m_2 + m + (\Theta/r^2)}}.$$

Nagy–Kolozsvári Árpád (Bp., Móricz Zs. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. A gyorsulás a Newton–egyenletek felírása nélkül is meghatározható az energiamegmaradás tétele alapján kapott $v(x)$ függvény ismeretében. A gyorsulás a sebesség idő szerinti deriváltja: $a = dv/dt$. Az összetett függvény deriválására vonatkozó összefüggés szerint

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv(x)}{dx} v(x),$$

melyből a korábban felírt $a(x)$ függvényt kapjuk vissza.

Szalontai Zoltán (Törökszentmiklós, Bercsényi M. Gimn., IV. o. t.)