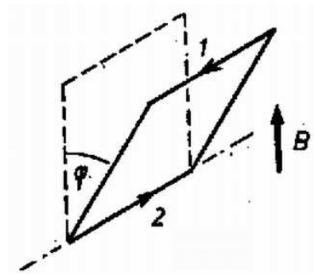
Az időben változó B indukciójú mágneses tér a keretben indukált feszültséget hoz létre. Ez a feszültség I áramot hajt át a kereten. Az indukált áram és a B mágneses tér kölcsönhatása miatt a keretre forgatónyomaték hat. Az 1-gyel és 2-vel jelzett élekre $F = IaB$ nagyságú, egymással ellentétes irányú erő hat *(1. ábra)*. A másik két élre ható erőknek nincs forgatónyomatékuk.



1. ábra

A forgatónyomaték irányát a Lenz-szabály alapján határozhatjuk meg. Legyen B_0 pozitív előjelű. Két eset van, aszerint, hogy $k > 0$, ill. $k < 0$. Mind a két esetben $\varphi = 90°$-nál vált előjelet a „mágneses" forgatónyomaték *(2. ábra)*. A nyomaték nagysága: $M_1 = Fa\cos\varphi$.

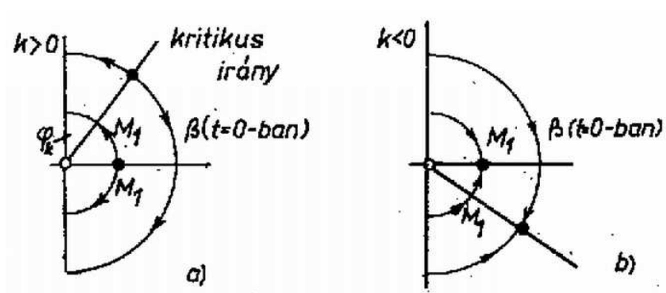
Az erő kifejezését behelyettesítve:

$$M_1 = Ia^2B(t)\cos\varphi. \tag{1}$$

Ki kell számítanunk az I indukált áramot. Az indukált feszültség $U_i = d\,\Phi/\mathrm{d}t$. A fluxus $\Phi(t) = a^2B(t)\sin\varphi(t)$. Az idő szerinti differenciálásnál a $\sin\varphi(t)$-t is kell deriválni, azonban $t = 0$-ban ez a tag nulla, mert $\varphi(t = 0) = 0$. (Ez a második tag felel meg a mozgási indukciónak.)

Tehát figyelembe véve, hogy $B = B_0 + kt$, kapjuk, hogy $U_i = a^2k\sin\varphi$ Az indukált áram

$$I = \frac{a^2k\sin\varphi}{R}. \tag{2}$$



2. ábra

Az (1) és (2) egyenletekből

$$M_1 = \frac{a^4k\sin\varphi}{R}(B_0 + kt)\cdot\cos\varphi. \tag{3}$$

A nehézségi erő nyomatéka:

$$M_2 = mg(a/2)\sin\varphi.$$

I. Először vizsgáljuk meg a $k > 0$ esetet!

Az rögtön látható, hogy a $90° \le \varphi < 180°$ tartományban a keret mindig lefelé billen (a $\varphi = 180°$-os helyzet stabil egyensúlyi helyzet). A $t > 0$ esetén fellépő mozgási indukciónak csak fékező hatása van, a mozgás lefolyásának jellegét nem változtatja meg.

A $0° < \varphi < 90°$-os szögtartományban a „mágneses" forgatónyomatéknak visszatérítő hatása van. Számítsuk ki a két nyomaték hányadosát:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{2a^3k(B_0 + kt)\cos\varphi}{mgR}. \tag{4}$$

Ha $\frac{M_1}{M_2} > 1$, akkor $t = 0$-ban a szöggyorsulás pozitív irányú (az óramutató járásával ellentétes irányú – ld. az 1. ábrát).
Ha $\frac{M_1}{M_2} = 1$ ($t = 0$-ban), akkor a $t = 0$ időpillanatban zérus a szöggyorsulás.

Ha $\frac{M_1}{M_2} < 1$, akkor $t = 0$-ban a szöggyorsulás negatív irányú. Határozzuk meg azt a kritikus szöget (φ_k), amelyre $\frac{M_1}{M_2} = 1$ ($t = 0$-ban).

(5)
$$\cos\varphi_k = \frac{mgR}{2a^3kB_0}.$$

Mivel $|\cos\varphi| \le 1$, ezért az $M_1 = M_2$ egyenlőség csak

$$\frac{mgR}{2a^3kB_0} \le 1$$

esetben teljesül.

A feladatban megadott adatokkal:

$$\cos\varphi_k = 0{,}9083; \qquad \varphi_k = 24^\circ\ 44'.$$

Tehát a $0 < \varphi < \varphi_k$ szögtartományban a szöggyorsulás a $t = 0$ időpillanatban pozitív irányú, a $\varphi_k < \varphi < 180^\circ$ szögtartományban negatív irányú (itt hangsúlyozzuk, hogy csak a $t = 0$ időpontról van szó!).

II. $k < 0$ eset.

A $2b$ ábráról is jól látható, hogy a $0 < \varphi < 90^\circ$ tartományban a keret lefelé billen. $M_1 = M_2$ egyenlőséget a $90^\circ < \varphi < 180^\circ$ szögtartományban kaphatunk, ebből

$$\cos\varphi_k = \frac{mgR}{2a^3kB_0}.$$

Tehát ugyanazt a kifejezést kaptuk, mint a $k > 0$ esetben.

Most $\cos\varphi_k < 0$, vagyis $90^\circ < \varphi_k < 180^\circ$.

Az egyenlőség teljesülésének feltétele:

$$\frac{mgR}{2a^3|k|B_0} < 1.$$

A $0 < \varphi < \varphi_k$ tartományban a keret szöggyorsulása negatív irányú ($t = 0$-ban!), a $\varphi_k < \varphi < 180^\circ$ szögtartományban pedig pozitív irányú.

Bene Gyula (Miskolc, Földes F. Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzés. Lényegesen bonyolultabb azt eldönteni, hogy a $t > 0$ időben hogyan mozog a keret. Lássunk egy példát. Legyen $k > 0$ és $\varphi = \varphi_k + s$; $t = 0$-ban. Megoldásunk szerint a gyorsulás negatív, azaz a keret lefelé kezd billenni. $k > 0$ miatt azonban a „mágneses" forgatónyomaték időben nő és így egy $t_1 > 0$ időpontban ismét teljesülhet az $M_1 = M_2$ egyenlőség és a keret mozgása megfordulhat (ez persze függ s értékétől).