

Alkalmazzuk az  $m_1$  és az  $m_2$  tömegű golyók rugalmas ütközésére az impulzusmegmaradás és az energiamegmaradás törvényét:

$$\begin{aligned} (1) \quad & m_1 v = m_1 v' + m_2 v_2, \\ (2) \quad & (1/2)m_1 v^2 = (1/2)m_1 v'^2 + (1/2)m_2 v_2^2, \end{aligned}$$

ahol az ütközés utáni sebességeket  $v'$ -vel (bal oldali golyó), ill.  $v_2$ -vel (középső golyó) jelöljük. Az utóbbi értékét érdemes kiszámítani az (1) és (2) egyenletekből:

$$(3) \quad v_2 = v \frac{2m_1}{m_1 + m_2},$$

mert a második ütközés leírásához szükségünk lesz rá. A második és a harmadik golyó is rugalmasan ütközik, amelyre érvényes az impulzus- és az energiamegmaradás elve. Jelöljük  $v'_2$ -vel, ill.  $v_3$ -mal az ütközés utáni sebességeket:

$$\begin{aligned} (4) \quad & m_2 v_2 = m_2 v'_2 + m_3 v_3, \\ (5) \quad & (1/2)m_2 v_2^2 = (1/2)m_2 v'^2_2 + (1/2)m_3 v_3^2. \end{aligned}$$

A (4) és az (5) egyenletekből kifejezhetjük  $v_3$ -at:

$$(6) \quad v_3 = v \frac{4m_1}{m_2 + \frac{m_1 m_3}{m_2} + m_1 + m_3},$$

ahová már  $v_2$  (3) alatti kifejezését is beírtuk.

Rögzített  $v$ ,  $m_1$  és  $m_3$  esetén  $v_3$ -nak olyan  $m_2$  értéknél lesz maximuma, ahol az

$$(7) \quad f(m_2) = m_2 + \frac{m_1 m_3}{m_2}$$

függvénynek minimuma van. A számtani és a mértani közepek összehasonlításából:

$$(8) \quad f(m_2) = m_2 + \frac{m_1 m_3}{m_2} \geq 2\sqrt{m_2 \frac{m_1 m_3}{m_2}} = 2\sqrt{m_1 m_3},$$

tehát az  $f(m_2)$  függvény alulról korlátos, legkisebb értékét (amikor a két közép megegyezik) akkor éri el, amikor

$$m_2 = \frac{m_1 m_3}{m_2},$$

azaz

$$(9) \quad m_2 = \sqrt{m_1 m_3}.$$

A jobb oldali golyó abban az esetben tesz szert maximális sebességre, ha a középső golyó tömegét a két szélső golyó tömegeinek mértani közepével megegyezőnek választjuk. Ez a sebesség (6)-ból és (9)-ből:

$$(10) \quad v_3 = \frac{4v}{\left(1 + \sqrt{\frac{m_3}{m_1}}\right)^2},$$

Numerikusan:  $m_2 = 0,6$  kg,  $v_3 = 1,6$  m/s.

Tokaji zsolt (Szeged, Ságvári E. Gimn., II. o. t.)  
dolgozata alapján