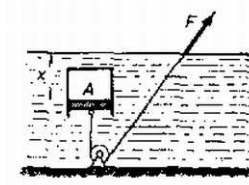


Az edény falát igen vékonynak vesszük és az edény súlyától, valamint az edényre ható felhajtóerőtől eltekintünk.



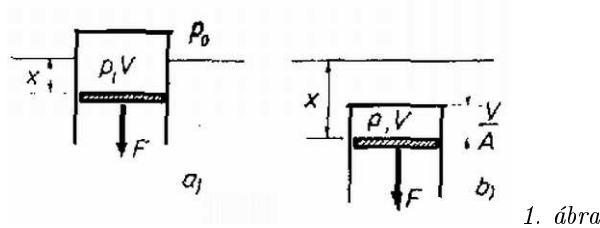
a) Vizsgáljuk először azt az esetet, amikor az edény teteje még nem merül a folyadék alá (1a ábra). Egyensúly esetén az edény tetejére, ill. a dugattyúra ható erők eredője nulla:

$$(1) \quad p_0 A = p A,$$

$$(2) \quad p A + F = (p_0 + \gamma x) A.$$

Innen az adódik, hogy az edénybe bezárt gáz nyomása – és így térfogata – nem változik, a dugattyú mélysége :

$$(3) \quad x = F/(\gamma A).$$



1. ábra

b) Az edény tetejének bemerülése után (1b ábra) az edény tetejére és a dugattyúra vonatkozó egyensúlyi egyenletek:

$$(4) \quad p_0 A + \gamma[x - (V/A)] \cdot A = p A,$$

$$(5) \quad p A + F = (p_0 + \gamma x) A.$$

A bezárt gázra érvényes a Boyle–Mariotte-törvény :

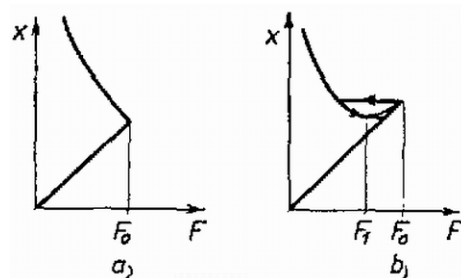
$$(6) \quad p_0 V_0 = p V.$$

a (4)–(6) egyenletekből a dugattyú mélysége:

$$(7) \quad x = \frac{p_0 V_0}{F} - \frac{p_0}{\gamma} + \frac{F}{\gamma A}.$$

Károlyi Gyula (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzés. Az egyensúlyi helyzet stabilitásának vizsgálatához ábrázoljuk az $x(F)$ függvényt (2. ábra)! Amíg az edény teteje a folyadék felszíne alá nem merül, x a dugattyúra ható erővel arányosan nő, így az egyensúlyi helyzet stabil. Az edény teteje akkor éri el a folyadék felszínét, amikor $\alpha = V_0/A$, ahonnan $F_0 = V_0 \gamma$



2. ábra

Ha az edény teteje a folyadék felszíne alá merül, az edényben levő gáz nyomása (a külső légnyomáson kívül) az edény fölött levő folyadék hidrosztatikai nyomásával is egyensúlyt kell, hogy tartson a (4) egyenletnek megfelelően. A megnövekedett nyomás az edénybe zárt gáz térfogatának csökkenésével jár együtt, tehát csökken az edényre ható felhajtóerő, és így az edény egyensúlyban tartásához szükséges erő is. Így a 2. esetben is

$$F \leq F_0 = V_0 \gamma.$$

(A 2. eset egyenleteit $F > V_0 \gamma$ esetén formálisan alkalmazva adódik, hogy feltételezésünkkel ellentétben az edény teteje a folyadék felszíne alatt van.)

A (7)-beli függvény F szerinti deriválásával ellenőrizhető, hogy α -nek az $F_1 = \sqrt{v_0 \gamma p_0 A}$ helyen minimuma van. Ha $F_1 \geq F_0$, azaz $p_0 > V_0/A$, az edényt lefelé húzva egyensúlyban tartásához egyre kisebb erő szükséges (2a ábra). A dugattyú bármilyen mélységben egyensúlyban tartható, az F erőt állandóan tartva azonban az egyensúlyi helyzete labilis.

Tegyük föl, hogy $F_1 < F_0$ (2b ábra). A dugattyút egyensúlyi helyzeteken keresztül lehúzva, majd felengedve x a vastagon kihúzott vonal mentén változik. Húzzuk be ugyanis az edény tetejét a folyadék felszíne alá, majd rögzítsük a dugattyút! Ekkor az edény térfogata hirtelen csökkenni fog, mivel a térfogatcsökkenésből származó belső nyomásnövekedés kisebb, mint az edény tetejére ható hidrosztatikai nyomás növekedése. Hasonlóan a dugattyút felfelé engedve x minimumának elérése után az edény teteje hirtelen a felszín fölé emelkedik. Az $F_1 < F < F_0$ esetén adódó szakasz ugyan stabil egyensúlyi helyzeteknek felel meg, azonban ezek a pontok egyensúlyi helyzeteken keresztül nem érhetők el.

Bajnóczy Ildikó (Kazincbarcika, Ságvári E. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján