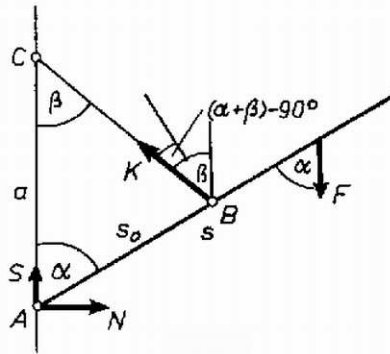


**I. megoldás.** Terhelés esetén a rúdra a következő erők hatnak (1. ábra): az  $F$  terhelés, a  $K$  kötél-erő, az  $N$  támasztóerő és az  $S$  súrlódási erő. Írjuk fel ezek egyensúlyának a feltételeit!



1. ábra

Az erők vízszintes komponensei egyensúlyt tartanak, ha

$$(1) \quad K \sin \beta = N,$$

a függőleges komponensek pedig akkor, ha

$$(2) \quad S + K \cos \beta = F.$$

Az  $A$  pontra vonatkozó forgatónyomatékok akkor vannak egyensúlyban, ha

$$(3) \quad F \cdot s \sin \alpha = K \cdot s_0 \cos [90^\circ - (\alpha + \beta)] = K \cdot s_0 \sin(\alpha + \beta).$$

Adott  $F$  és  $S$  mellett akkor és csak akkor lehetséges egyensúly, ha található olyan  $K$ ,  $N$  és  $S$  érték, amely kielégíti az (1), (2), (3) egyenleteket és emellett teljesül az

$$(4) \quad |S| \leq \mu N$$

feltétel. Ha (4) nem teljesül, akkor nem lehet egyensúly, mert akkor akkora súrlódási erő kellene, amekkora már nem lehet. (3)-ból kifejezzük  $F$ -et  $K$ -val, azt (2)-be helyettesítjük és így (1) felhasználásával az

$$(5) \quad S = N \left( \frac{s_0 \sin(\alpha + \beta)}{s \sin \alpha \sin \beta} - \operatorname{ctg} \beta \right)$$

egyenletet kapjuk, amely a szinusz-tétel segítségével az

$$(6) \quad S = N \left( \frac{a}{s} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} - \operatorname{ctg} \beta \right)$$

alakra hozható. (6) és (4) egybevetéséből látható, hogy az egyensúly feltétele az

$$(7) \quad \left| \frac{a}{s} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} - \operatorname{ctg} \beta \right| \leq \mu$$

egyenlőtlenség teljesülése. Ezt átrendezve  $s$ -re a következő feltétel adódik:

$$(8a) \quad \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta + \mu} \leq s \leq \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta - \mu}$$

ha  $\operatorname{ctg} \beta > \mu$ ,  
illetve

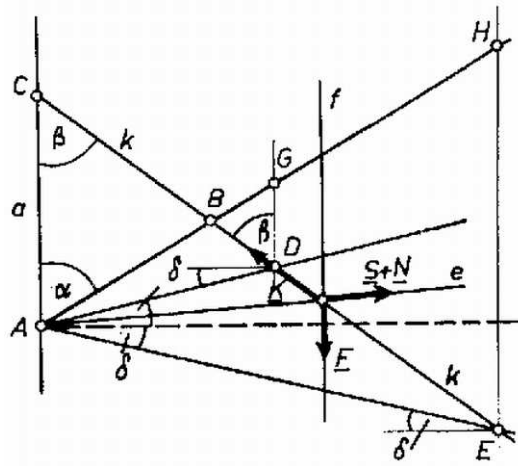
$$(8b) \quad \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta + \mu} \leq s < +\infty,$$

ha  $\operatorname{ctg} \beta < \mu$ .

Tehát a rúd (8a), ill. (8b) feltételnek eleget tevő pontjai terhelhetők.

Bognár Ágnes (Kecskemét, Katona J. Gimn., II. o. t.)

**II. megoldás.** Rajzoljuk be az erők hatásvonalát az ábrába (2. ábra)! A  $K$  kötél-erő hatásvonalja a köté  $k$  egyenese, az  $F$  erőé pedig az  $f$  függőleges egyenes. Az  $N$  és  $S$  eredőjének az  $e$  hatásvonalja valahova a  $2\delta$  nyílású szögtartományba esik, ahol  $\operatorname{tg} \delta = \mu$ , ( $|S| \leq \mu N$ ). Egyensúly esetén a három hatásvonal egy pontban kell, hogy metsze egymást. Ez csak akkor lehet, ha  $f$  a  $k$ -t a  $\overline{DE}$  szakaszon belül metszi. Belátható, hogy ez a feltétel egyúttal elegendő is az egyensúlyhoz. Ennek megfelelően a rúd  $G$  és  $H$  közé eső pontjai terhelhetőek függőleges erővel.



2. ábra

Az ábra alapján  $G$  és  $H$   $A$ -tól való távolsága kiszámítható:

$$\begin{aligned}
 \overline{AG} &= \frac{\sin(90^\circ + \delta)}{\sin \alpha} \cdot \overline{AD} = \frac{\sin(90^\circ + \delta)}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin(90^\circ + \delta - \beta)} a = \\
 (9) \qquad &= \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{tg} \delta} = \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta + \mu}.
 \end{aligned}$$

Hasonlóan

$$(10) \qquad \overline{AH} = \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta - \mu},$$

feltéve, hogy  $E$  létezik, azaz  $90^\circ - \delta > \beta$  (különben minden  $G$ -nél távolabbi pont terhelhető).

*Jilling Ferenc* (Baja, III. Béla Gimn., II. o. t.)