

Egy r sugarú, σ felületi feszültségű szappanbuborékban a túlnyomás értéke

$$(1) \quad p - p_0 = 4\sigma/r,$$

ahol p_0 a külső, p a belső nyomás (l. Budó: Kísérleti fizika). Ha két r_1 sugarú buborék összetapadása után r_2 sugarú buborék alakul ki, akkor – a bezárt anyagmennyiség megmaradása miatt

$$(2) \quad 2p_1V_1 = p_2V_2$$

(p_1 és p_2 a belső nyomások értéke, V_1 és V_2 a térfogatok). A fenti két egyenlet felhasználásával:

$$(3) \quad \begin{aligned} 2p_1r_1^3 &= p_2r_2^3, \\ 2(p_1 - p_0)r_1^3 + 2p_0r_1^3 &= (p_2 - p_0)r_2^3 + p_0r_2^3, \\ 8\sigma r_1^3 &= 4\sigma r_2^2 + p_0r_2^3, \\ \frac{1}{r_1} \frac{4\sigma}{p_0} &= \frac{\frac{r_2^3}{2r_1^3} - 1}{1 - \frac{r_2^2}{2r_1^2}} = \frac{\frac{V_2}{2V_1} - 1}{1 - \frac{F_2}{2F_1}}, \end{aligned}$$

ahol F_1 a buborékok felszíne az összetapadás előtt, F_2 pedig a kialakuló buborék felszíne.

A (3) egyenletből látszik, hogy ha

$$(4) \quad \frac{1}{r_1} \frac{4\sigma}{p_0} \ll 1,$$

akkor jó közelítéssel a térfogatok, ha pedig

$$(5) \quad \frac{1}{r_1} \frac{4\sigma}{p_0} \gg 1,$$

akkor a felszínek adódnak össze. [Például (4) teljesülése esetén

$$\left| \frac{V_2}{2V_1} - 1 \right| \ll 1,$$

hiszen $|1 - F_2/(2F_1)|$ nem lehet nagy szám.] Megjegyezzük, hogy ha pl. a térfogatok jó közelítéssel összeadódnak, akkor az összetapadás előtti felszínek összege lényegesen eltér az új buborék felszínétől, hiszen $F_2/(2F_1)$ a $V_2/(2V_1)$ hányados

r_1/r_2 -szöröse, és $\frac{r_1}{r_2} \approx \frac{1}{3\sqrt{2}}$, ami lényegesen különbözik 1-től.

Légköri nyomáson ($p_0 = 10 \text{ N/cm}^2$)

$$4\sigma/p_0 = 10^{-4} \text{ cm},$$

amivel reális méretű ($0,5 \text{ cm} \leq r_1 \leq 50 \text{ cm}$) buborékoknál a (4) feltétel teljesül, azaz a térfogatok adódnak össze.

Az (5) feltétel teljesülésére akkor van remény, ha a kísérletet alacsony külső nyomás mellett végezzük. A külső nyomás azonban nem csökkenthető a vízgőz parciális nyomása alá mindaddig, míg buborék van jelen – buborék nélkül pedig a kísérlet nem végezhető el. Így p_0 minimális értékét a vízgőz 0°C -os parciális nyomásával becsülhetjük (0°C alá sem mehetünk):

$$p_{0\min} = 5 \text{ , torr} = 0,06 \text{ N/cm}^2.$$

Ezzel

$$\frac{4\sigma}{p_{0\min}} \sim 2 \cdot 10^{-2} \text{ cm},$$

tehát néhány százalékos pontossággal még ekkor is összeadódnak a térfogatok, a felületek hányadosának 1-től való eltérése a térfogathányadosok 1-től való eltérésének mintegy 100-szorosa. A kísérletet nem lehet úgy végrehajtani, hogy jó közelítéssel összeadódjának a felületek, elsősorban a felületi feszültség és az abból származó túlnyomás nagyon alacsony értéke miatt.

Mihály György