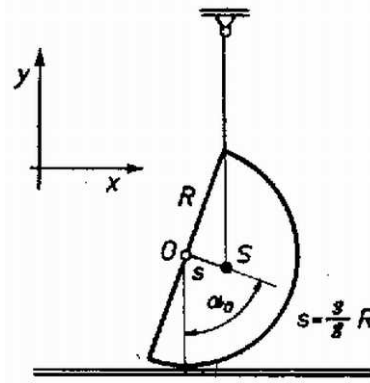


A felfüggesztett helyzetben a fonál vonalának a tömegközépponton kell áthaladnia, így az 1. ábra alapján

$$(1) \quad \operatorname{tg} \alpha_0 = R/s = 8/3.$$

Ekkor a félgömb helyzeti energiája, ha a null-szintet az asztal fölött R távolságra választjuk:

$$(2) \quad W_1 = -Mgs \cos \alpha_0 = -\frac{3}{8}MgR \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0}} = -\frac{9}{8\sqrt{73}} \cdot MgR.$$



1. ábra

A félgömb síklapjának vízszintes elhelyezkedésénél a helyzeti energia:

$$(3) \quad W_2 = -Mgs = -(3/8)MgR.$$

Célunk a síklap vízszintes helyzetében a tömegközéppont sebességkomponenseinek (v_{sx} , v_{sy}) és a forgás szögsebességének (ω) megadása az *a*) és *b*) esetben.

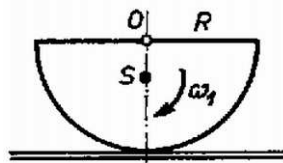
a) Súrlódás nélküli eset. Vízszintesen nem hat külső erő, ezért a tömegközéppont függőleges egyenes mentén mozog, azaz az egész mozgás folyamán $v_{sx} = 0$. Amikor a félgömb síklapja vízszintes, a tömegközéppont a lehető legmélyebben van, ezért ekkor $v_{sy} = 0$.

Így a vizsgált helyzetben a félgömbnek csak forgási energiából származó kinetikus energiája van, így az energia-megmaradás egyenlete:

$$(4) \quad W_1 - W_2 = (1/2)\Theta_s \omega^2,$$

Θ_s a tömegközépponton átmenő, a síkkal párhuzamos tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték. Ez a Steiner-tétel alapján, mivel az O -n átmenő párhuzamos tengelyre $\Theta = (2/5)MR^2$ (1. a 2. ábrát)

$$(5) \quad \Theta_s = (2/5)MR^2 - Ms^2 = (83/320)MR^2.$$

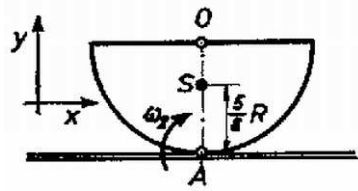


2. ábra

(4)-be helyettesítve a (2), (3) és (5) összefüggéseket, kapjuk:

$$(6) \quad \omega_1 = \left[\frac{240}{83} \left(1 - \frac{3}{\sqrt{73}} \right) \frac{g}{R} \right]^{1/2} \approx 1,37 \sqrt{\frac{g}{R}}.$$

b) A sima gördülés esete. A talajjal érintkező A ponton halad át a pillanatnyi forgástengely (3. ábra); a félgömb mozgása a vizsgált helyzetben az A körüli ω_2 szögsebességi forgás.



3. ábra

Az energiamegmaradás egyenlete

$$(7) \quad W_1 - W_2 = (1/2)\Theta_A\omega_2^2,$$

Θ_A az A ponton átmenő, az ábrára merőleges tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték. A Steiner-tétel alapján:

$$(8) \quad \Theta_A = \Theta_s + M[(5/8)R]^2 = (13/20)MR^2.$$

(7)-be helyettesítve a (2), (3) és (8) összefüggéseket, kapjuk:

$$(9) \quad \omega_2 \left[\frac{g}{R} \cdot \frac{15}{13} \left(1 - \frac{3}{\sqrt{73}} \right) \right]^{1/2} \approx 0,86\sqrt{\frac{g}{R}}.$$

A tömegközéppont sebességkomponensei:

$$v_{sx} = \omega_2(5/8)R \approx 0,54\sqrt{gR}. \quad v_{sy} = 0.$$

Czuczor Lajos (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)