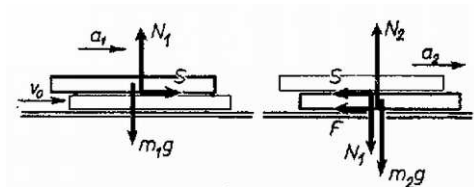


Az első pillanatban az alsó deszka sebessége v_0 , a felsőé nulla. Érintkező felületeik elmozdulnak egymáson, csúszó súrlódási erők lépnek fel. Tegyük fel, hogy a mozgás során a felső deszka nem billen le az alsóról! Ebben az esetben addig csúsznak egymáson, amíg sebességük egyenlővé nem válik. Ha a felső deszkára ható tapadási súrlódási erő nem elegendően nagy ahhoz, hogy ezután együtt mozogjanak, akkor a felső deszka a mozgás irányában csúszik az alsóhoz képest mindaddig, amíg mindkét deszka meg nem áll.

A felső test akkor nem billen le, ha a mozgás első szakaszában a Δs_1 relatív elmozdulás nem nagyobb $l/2$ -nél, és a közös sebesség elérésétől a megállásig az előzővel ellentétes irányú Δs_2 relatív elmozdulás nem nagyobb $\Delta s_1 + (l/2)$ -nél.



1. ábra

Tekintsük a mozgás első szakaszát! A deszkák függőleges irányú gyorsulása nulla. A felső testre ezért felírhatjuk az 1. ábra alapján az

$$m_1g - N_1 = 0$$

egyenletet, az alsó deszkára pedig az

$$m_2g + N_1 - N_2 = 0$$

összefüggés teljesül, ahol N_1 a két deszka közötti, N_2 a talaj és az alsó test közötti nyomóerő. Az egyenleteket megoldva az

$$\begin{aligned} N_1 &= m_1g, \\ N_2 &= (m_1 + m_2)g \end{aligned}$$

eredményhez jutunk.

A deszkák vízszintes irányú gyorsulásait a mozgásegyenletekből számíthatjuk ki:

$$\begin{aligned} (1) \quad m_1a_1 &= S, \\ (2) \quad m_2a_2 &= -S - F. \end{aligned}$$

A csúszási súrlódási erőkre az

$$\begin{aligned} S &= \mu_1|N_1| = \mu_1m_1g, \\ F &= \mu_2|N_2| = \mu_2(m_1 + m_2)g \end{aligned}$$

egyenletek állnak fenn. Ezeket (1)-be és (2)-be helyettesítve a gyorsulásokat kifejezhetjük:

$$\begin{aligned} (3) \quad a_1 &= \mu_1g, \\ (4) \quad a_2 &= -g \left(\mu_2 \frac{m_1 + m_2}{m_2} + \mu_1 \frac{m_1}{m_2} \right). \end{aligned}$$

A mozgás megindulásától számított t' idő múlva a két test sebessége azonos lesz:

$$v_0 + a_2t' = v_1 = a_1t',$$

innen

$$(5) \quad t' = \frac{v_0}{a_1 - a_2}.$$

Mivel a deszkák azonos irányban mozognak, a relatív elmozdulás a két deszka által megtett utak különbsége:

$$\Delta s_1 = s_2 - s_1 = v_0t' + (1/2)a_2t'^2 - (1/2)a_1t'^2.$$

(5) felhasználásával a

$$\Delta s_1 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a_1 - a_2}$$

kifejezést kapjuk. (3) és (4) alapján a

$$\Delta s_1 \leq l/2$$

feltétel a

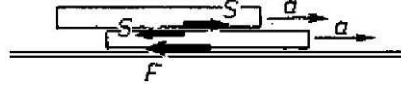
$$\frac{v_0^2 m_2}{2g(\mu_1 + \mu_2)(m_1 + m_2)} \leq \frac{l}{2}$$

alakot ölti. Ez v_0 -ra a

$$(6) \quad v_0 \leq \sqrt{\frac{lg}{m_2}(\mu_1 + \mu_2)(m_1 + m_2)}$$

megszorítást jelenti.

A mozgás további vizsgálatánál feltesszük, hogy a csúszási és a tapadási súrlódási együttható megegyezik.



2. ábra

Ha a deszkák többé nem csúsznak egymáson, akkor gyorsulásuk megegyezik. Írjuk fel a mozgásegyenleteket (2. ábra):

$$\begin{aligned} m_1 a &= S; \\ m_2 a &= -F - S; \end{aligned}$$

ahol S tapadási; F csúszási súrlódási erő.

$$(7) \quad \begin{aligned} |S| &\leq \mu_1 |N_1| = \mu_1 m_1 g, \\ F &= \mu_2 |N_2| = \mu_2 (m_1 + m_2) g. \end{aligned}$$

A mozgásegyenletekből S -et kifejezzük:

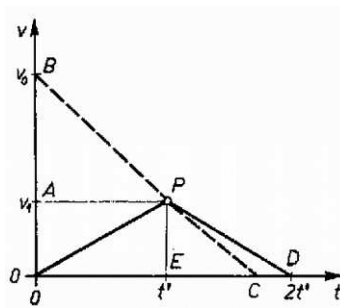
$$S = \mu_2 m_1 g.$$

A (7) egyenlőtlenségbe S értékét behelyettesítjük, és egyszerűsítés után az együtt mozgás következő feltételéhez jutunk:

$$(8) \quad \mu_2 \leq \mu_1.$$

Ha ez teljesül, a felső deszka nem eshet le az alsóról, azaz ekkor a (6) feltétel elegendő.

Ha (8) nem áll fenn, akkor a felső test előre csúszik az alsóhoz képest, ezért a megállásig nagyobb utat tesz meg, mint az alsó test. A felső deszkát a csúszás miatt ugyanakkora abszolút értékű erő lassítja, mint amekkora eddig gyorsította, tehát a felső test a mozgás megkezdésétől számított $2t'$ idő elteltével áll meg. Ezek alapján elkészíthetjük a deszkák sebesség-idő diagramját (3. ábra; szaggatott vonallal az alsó deszka $v(t)$ függvényét jelöltük).



3. ábra

Az ábra alapján a területekre fennáll:

$$T(OPB_{\Delta}) > T(OPA_{\Delta}) = T(OEP_{\Delta}) = T(EDP_{\Delta}) - T(CDP_{\Delta}).$$

Vegyük észre, hogy v_1 eléréséig a relatív elmozdulás

$$\Delta s_1 = T(OPB_{\Delta}),$$

s ettől az időponttól az m_1 tömegű deszka megállásáig az egymáshoz viszonyított ellenkező irányú elmozdulás

$$\Delta s_2 = T(CDP_{\Delta}).$$

Következésképpen

$$\Delta s_1 > \Delta s_2;$$

a

$$\Delta s_1 + l/2 \geq \Delta s_2$$

feltétel így automatikusan teljesül. Ezért a felső test előre nem billenhet le.

Láttuk, ha a (6) feltétel teljesül, bármilyen legyen is a mozgás a közös sebesség elérése után, a felső deszka már nem billenhet le. A (6) egyenlőtlenség tehát szükséges és egyben elegendő feltétele annak, hogy a felső test ne essék le az alsóról.

Szabó László (Csongrád, Batsányi J. Gimn., II. o. t.)