

A buborékban levő ideális gáz nyomása a folyadék  $\alpha$  felületi feszültségétől és a gömb sugarától függ. A gömbben levő gáz nyomásával a felületi feszültség keltette nyomás tart egyensúlyt. Egy főkörre felírva az erők egyensúlyát:

$$r^2 \pi p = 2r \pi \alpha.$$

Ebből a gáz nyomása

$$p = 2\alpha/r.$$

A két buborékban levő gáz együttes térfogata

$$V = 2 \cdot \frac{4r^3 \pi}{3}.$$

Ha az egyesülés hirtelen történik, akkor az ideális gáz és környezete között nincs idő hőcserére, azaz a folyamat adiabatikus. Ekkor igaz, hogy  $pV^\kappa = \text{áll.}$ , ahol  $\kappa$  a gáz állandó nyomáson és állandó térfogaton mért fajhőjének hányadosa.

Az egyesülés után a buborék sugara legyen  $r_1$ , nyomása pedig  $p_1$ . A nyomásra igaz, hogy

$$p_1 = 2\alpha/r_1,$$

a gömb térfogata pedig

$$V_1 = \frac{4r_1^3 \pi}{3}.$$

Közvetlenül az egyesülés utáni állapotra felírhatjuk, hogy

$$pV^\kappa = p_1 V_1^\kappa.$$

Behelyettesítve az előbbi kifejezéseket, kapjuk, hogy

$$\frac{2\alpha}{r} \left( \frac{8r^3 \pi}{3} \right)^\kappa = \frac{2\alpha}{r_1} \left( \frac{4r_1^3 \pi}{3} \right)^\kappa.$$

Ebből adódik, hogy

$$r_1 = 2^{\kappa/(3\kappa-1)} r.$$

Hosszabb idő elteltével beálló egyensúlyt az előbbi adiabatikus állapotváltozás helyett izotermikus állapotváltozással kell kiszámítani, mert a folyadék nagy hőkapacitása miatt nem változik a rendszer hőmérséklete, a buborékban levő gáz hőmérséklete a kiindulási értéket veszi fel. Vegyük észre, hogy ez az eset annyiban tér el az előzőtől, hogy itt speciálisan  $\kappa = 1$ ; tehát

$$r'_1 = \sqrt{2}r.$$

*Ódor Géza* (Budapest, József A. Gimn., III. o. t.)