

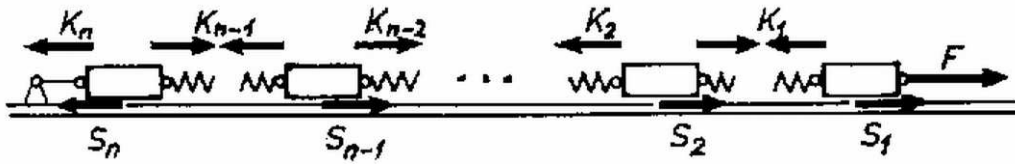


Az állandó sebességgel mozgó rendszerre ható F erő egyenlő az egyes hasáboknál fellépő μmg csúszási súrlódási erők összegével (1. ábra).

$$(1) \quad F = n\mu mg.$$



1. ábra



2. ábra

A rögzített végű, F erővel nyújtott lánc egyes rugóiban ébredő erők sokfélék lehetnek, hiszen a tapadási súrlódási erő $-\mu mg$ és μmg között mindenféle értéket felvehet (2. ábra). Ha $K_1, K_2, \dots, K_{n-1}$ -gyel jelöljük az 1, 2, $\dots$, $n-1$ -edik rugóban ébredő erőt, akkor a fentiek alapján:

$$(2) \quad F - \mu mg \leq K_1 \leq F + \mu mg.$$

A második rugóra

$$K_1 - \mu mg \leq K_2 \leq K_1 + \mu mg.$$

illetve a (2) egyenlőtlenség felhasználásával:

$$F - 2\mu mg \leq K_2 \leq F + 2\mu mg.$$

Ugyanígy az i -edik rugóra ($i = 1, 2, \dots, a-1$)

$$F - i\mu mg \leq K_i \leq F + i\mu mg.$$

F értékét írjuk be (1) alapján:

$$(3) \quad (n-i)\mu mg \leq K_i \leq (n+i)\mu mg \quad (i = 1, 2, \dots, n-1),$$

majd adjuk össze ezt az $(n-1)$ db egyenlőtlenséget, így kapjuk:

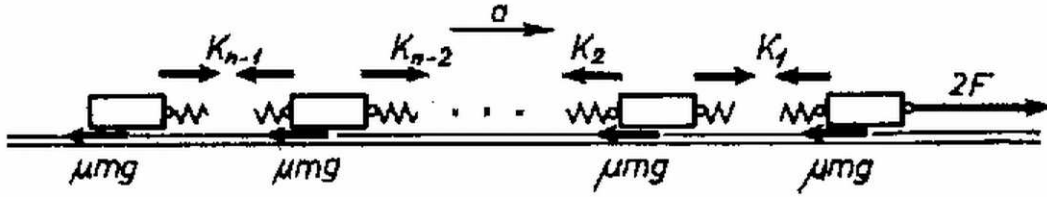
$$\begin{aligned} \mu mg[(n-1) + (n-2) + \dots + 1] &\leq (K_1 + K_2 + \dots + K_{n-1}) \leq \\ &\leq \mu mg[(n+1) + (n+2) + \dots + (2n-1)]. \end{aligned}$$

Felhasználva a számtani sor összegképletét és hogy (k -val jelölve a rugók direkciós erejét) a teljes megnyúlás:

$$2l = \frac{K_1}{k} + \frac{K_2}{k} + \dots + \frac{K_{n-1}}{k},$$

kapjuk:

$$(4) \quad \mu mg \frac{n(n-1)}{2} \leq 2lk \leq \mu mg \frac{3n(n-1)}{2}.$$



3. ábra

$2F$ erő hatására az egész rendszer azonos a gyorsulással fog mozogni (3. ábra), amelyre:

$$2F - n\mu mg = n \cdot ma,$$

innen

$$\mu g = a.$$

Minden rugó a mögötte haladó hasábok gyorsításához szükséges erőt biztosítja, a súrlódási erő ellenében. Így az $(n-1)$ -edik rugóban ébredő erő:

$$K_{n-1} = \mu mg + ma = 2\mu mg.$$

Az $(n-2)$ -edik rugóban ébredő erő

$$K_{n-2} = 2\mu mg + 2ma = 4\mu mg.$$

Hasonló igaz a többi rugóra.

A teljes megnyúlás:

$$\begin{aligned} \Delta l &= (1/k)(K_1 + K_2 + \dots + K_{n-1}) = (1/k)[2\mu mg + 4\mu mg + \dots + 2(n-1)\mu mg] = \\ &= \frac{n(n-1)}{k}\mu mg. \end{aligned}$$

Felhasználva, hogy (4)-ből

$$\frac{4}{3}l \leq \frac{n(n-1)\mu mg}{k} \leq 4l,$$

kapjuk: $(4/3)l \leq \Delta l \leq 4l$, azaz $2F$ erő hatására a rendszer teljes hosszára a következő érvényes:

$$(7/3)l \leq L \leq 5l.$$

Kaufmann Zoltán (Vác, Sztáron S. Gimn., III. o. t.)