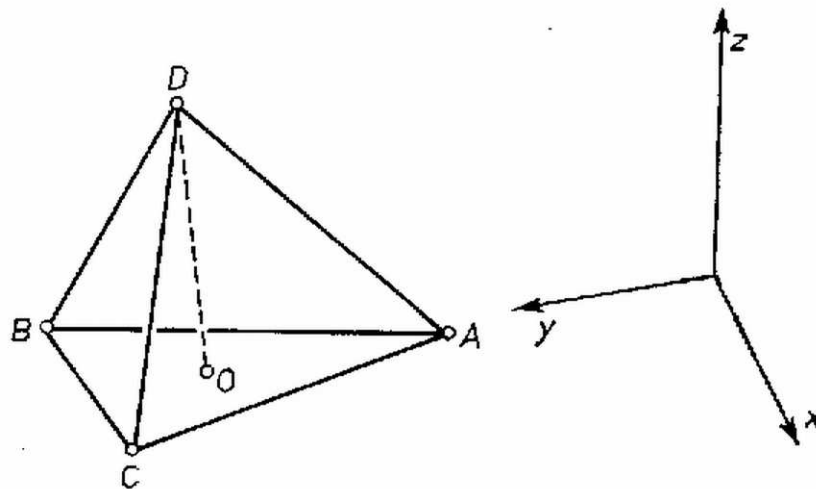


A tetraéder szimmetriáiból következik, hogy a megoldáshoz elég a tetraéder egyik csúcsát vizsgálni. Először határozzuk meg, hogy a kiválasztott (az ábrán a D jelű) csúcson elhelyezett töltésre milyen F_A , F_B , F_C erővel hat a másik három csúcson levő töltés!



Coulomb törvényéből az erőhatás nagysága

$$|\mathbf{F}_A| = |\mathbf{F}_B| = |\mathbf{F}_C| = \frac{Q^2}{a^2} = F,$$

ha a a tetraéder élhossza. Az erők vektor-összegének kiszámításához válasszunk olyan derékszögű koordináta-rendszert, amelynek z tengelye párhuzamos az OD magassággal, x tengelye pedig a BC éllel (l. az ábrát). Ekkor az erők vetületei

$$\begin{aligned} F_{Bx} &= \frac{1}{2}F, & F_{By} &= -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}}F, & F_{Bz} &= \sqrt{\frac{2}{3}}F; \\ F_{Cx} &= -\frac{1}{2}F, & F_{Cy} &= -\frac{1}{2\sqrt{3}}F, & F_{Cz} &= \sqrt{\frac{2}{3}}F; \\ F_{Ax} &= 0, & F_{Ay} &= \frac{1}{\sqrt{3}}F, & F_{Az} &= \sqrt{\frac{2}{3}}F. \end{aligned}$$

Az előjelek megállapításánál figyelembe vettük, hogy a csúcsokon azonos előjelű töltések vannak. Felhasználtuk, hogy a tetraéder magassága $m = \sqrt{\frac{2}{3}}a$.

Elvégezve az összegzést, azt találjuk, hogy az eredő erő a koordináta-rendszer z tengelyének irányába mutat, nagysága

$$F_1 = \sqrt{6} \cdot \frac{Q^2}{a^2}.$$

Ha a tetraéder súlypontjában Q' töltés van, akkor a D pontba helyezett töltésre ezen kívül z irányú

$$F_2 = \frac{QQ'}{r^2}$$

erő hat, ahol

$$r = m \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{2}{3}}a$$

a súlypont és a csúcspont távolsága. A két erő akkor egyenlő és ellentétes irányú, ha teljesül a

$$\frac{QQ'}{r^2} = -\sqrt{6} \frac{Q^2}{a^2}$$

feltétel. Behelyettesítve a geometriai adatokat, végeredményben

$$Q' = -\frac{3\sqrt{6}}{8}Q,$$

függetlenül a tetraéder élhosszától. A negatív előjel jelzi, hogy a súlypontba a csúcson levőkkel ellentétes előjelű töltést kell tenni.

Megjegyzés. Megvizsgálhatjuk az egyensúlyi helyzet stabilitását is. Azt kapjuk, hogy az egyensúly labilis, ami összhangban van azzal az általános tétellel, hogy egy csak Coulomb erővel kifeszített töltésrendszer mindig labilis egyensúlyi helyzetben van.