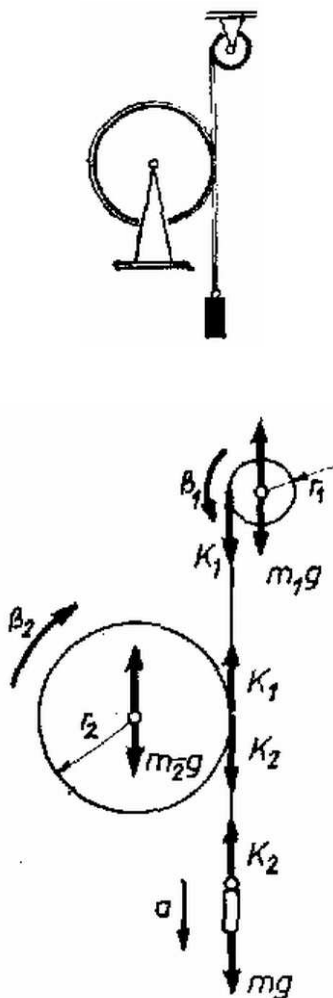


Jelöljük a felső henger adatait 1-es, az alsót 2-es indexszel, a fonál alsó végén lógó testét pedig index nélküli betűkkel. Az alsó test gyorsulása legyen  $a$ , a hengerek szöggyorsulása pedig legyen  $\beta_1$ , illetve  $\beta_2$ . A pozitív irányokat az ábrán megjelöltük.



Az egyes testekre ható erőket szintén feltüntettük az ábrán. A köté két felében fellépő erő nem feltétlenül egyenlő, hiszen a középső hengeren való körülcsavarásnál súrlódási erő léphet fel a köté és a henger között.

Az alsó testre két erő hat: a súlyerő és a  $K_2$  kötelerő. A mozgásegyenlet:

$$(1) \quad ma = mg - K_2.$$

A felső hengerre hat a súlyerő, a  $K_1$  kötelerő és a tengely tartóereje. Mivel a henger tömegközéppontja nyugalomban van és a tengely tartóerejét nem akarjuk kiszámítani, elegendő a forgómozgás egyenletét felírni (a henger középpontjára vonatkoztatva):

$$(2) \quad \left[ (1/2)m_1 r_1^2 \right] \cdot \beta_1 = K_1 r_1,$$

ahol a zárójelben levő kifejezés a henger tehetetlenségi nyomatéka.

A másik hengerre is elegendő a forgómozgás egyenletét felírni. Mivel a fonál tömege elhanyagolhatóan kicsi, célszerű a henger köré csavart fonalat a henger részének tekinteni. Ekkor a mozgásegyenlet (vonatkoztatási pont a súlypont, a zárójelben itt is a tehetetlenségi nyomaték szerepel):

$$(3) \quad \left[ (1/2)m_2 r_2^2 \right] \cdot \beta_2 = K_2 r_2 - K_1 r_2.$$

A fonál nyújthatatlansága miatt a következő kapcsolat áll fenn  $\beta_1$  és  $a$  között:

$$(4) \quad a = r_1 \beta_1.$$

Öt ismeretlenünk van:  $a$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ . Az utolsó egyenletet a középső hengerre vonatkozó súrlódási vagy kényszerfeltétel adja. Mivel a feladat szövegében nincs megadva súrlódási együttható, két esettel célszerű foglalkozni: a súrlódási együttható  $a$ ) nulla,  $b$ ) elég nagy ahhoz, hogy a fonál ne csússzon meg a középső hengeren. Az  $a$ ) esetben a

$$(5a) \quad K_1 = K_2$$

egyenlet teljesül, a  $b$ ) esetben pedig az

$$(5b) \quad a = r_2 \beta_2$$

geometriai kényszerfeltétel, hiszen ekkor a fonál a középső hengerhez tapad.

Az  $a$ ) esetben az ismeretleneket az (1)–(4), (5a) egyenletrendszerből kifejezve a következő eredményeket kapjuk:

$$\begin{aligned} a &= g \frac{2m}{2m + m_1} = 9,4 \text{ m/s}^2; \\ \beta_1 &= \frac{g}{r_1} \frac{2m}{2m + m_1} = 47 \text{ s}^{-2}; \\ \beta_2 &= 0; \\ K_1 = K_2 &= \frac{mm_1 g}{2m + m_1} = 9,4 \text{ N}. \end{aligned}$$

A  $b$ ) esetben az (1)–(4), (5b) egyenletrendszert kell megoldanunk, így nyerjük:

$$\begin{aligned} a &= g \frac{2m}{2m + m_1 + m_2} = 7,0 \text{ m/s}^2; \\ \beta_1 &= \frac{g}{r_1} \frac{2m}{2m + m_1 + m_2} = 35 \text{ s}^{-2}; \\ \beta_2 &= \frac{g}{r_2} \frac{2m}{2m + m_1 + m_2} = 11,7 \text{ s}^{-2}; \\ K_1 &= m_1 g \frac{m}{2m + m_1 + m_2} = 7,0 \text{ N}; \\ K_2 &= mg \frac{m_1 + m_2}{2m + m_1 + m_2} = 70 \text{ N}; \end{aligned}$$

*Urbán Attila* (Tata, Eötvös J. Gimn., II. o. t.)  
dolgozata alapján