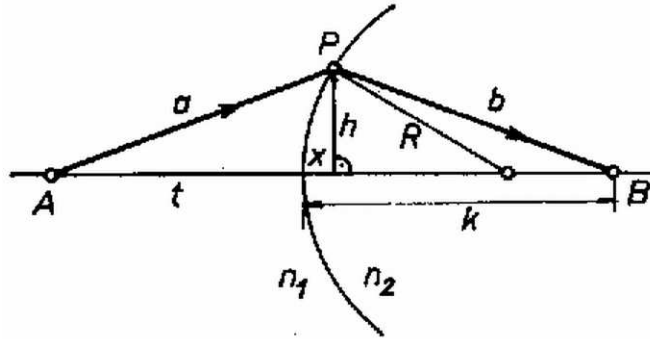


**I. megoldás.** A Fermat-elv szerint a fény két pont között mindig azon az úton halad, amelynek megtételéhez a legrövidebb idő szükséges. Az  $A$  pontról így csak akkor keletkezhet egy  $B$  pontban valódi kép, ha az  $A$ -ból különböző irányokban kiinduló fénysugarak ugyanannyi idő alatt érnek  $B$ -be, vagyis  $B$ -ben ismét összegyűlnek (1. ábra). Hasonlítsuk össze az optikai tengelyen és egy attól különböző, vele kis szöget bezáró irányban haladó fénysugárnak az  $A$  és  $B$  pont közötti út megtételéhez szükséges idejét ( $c$  a fény sebessége vákuumban):

$$\frac{a}{(c/n_1)} + \frac{b}{(c/n_2)} = \frac{t}{(c/n_1)} + \frac{k}{(c/n_2)},$$

azaz

$$(1) \quad an_1 + bn_2 = tn_1 + kn_2.$$



1. ábra

Fejessük ki  $a$ -t és  $b$ -t  $t$ -vel,  $k$ -val és  $h$ -val! Ehhez szükségünk lesz az  $x$  távolság ismeretére:

$$(2) \quad x = R - \sqrt{R^2 - h^2} \approx R - R[1 - (h^2/2R^2)] = h^2/2R.$$

Itt felhasználtuk, hogy  $h \ll R$ , tehát érvényes a  $\sqrt{1 + \alpha} = 1 + (\alpha/2)$  közelítés. Felhasználva, hogy  $x \ll h \ll t$ :

$$a = \sqrt{(t+x)^2 + h^2} = t\sqrt{1 + (1/t^2)(2tx + x^2 + h^2)} \approx t[1 + (x/t) + (h^2/2t^2)].$$

$x$  értékét (2)-ből beírva

$$(3) \quad a = t + (h^2/2R) + (h^2/2t)$$

és hasonlóan

$$(4) \quad b = k - (h^2/2R) + (h^2/2k).$$

(3)-at és (4)-et behelyettesítve (1)-be és rendezve, a rendszer leképezési törvényét kapjuk az optikai tengellyel kis szöget bezáró fénysugarak esetén:

$$(5) \quad (n_1/t) + (n_2/k) = (n_2 - n_1)R.$$

(A leképezési törvényt valódi kép esetére vezettük le. Belátható, hogy a szokásos előjel konvenció szerint látszólagos kép esetén is alkalmazható.)

(5)-ből a képtávolság

$$(6) \quad k = \frac{Rn_2}{(n_2 - n_1)t - n_1R} \cdot t$$

Valódi kép akkor keletkezik, ha (6) nevezője pozitív,

$$(7) \quad n_2 > n_1 \quad \text{és} \quad t > R \frac{n_1}{n_2 - n_1}.$$

A felület két oldalán különböző a fókusz távolság. A bal oldali  $f_1$  fókusz távolságot úgy kapjuk meg, hogy (6) felhasználásával megnézzük:  $k \rightarrow \infty$  esetén mi  $t$  határértéke (a fókuszból induló sugarak a határfelületen túl párhuzamosan haladnak), így nyerjük:

$$f_1 = R \frac{n_1}{n_2 - n_1}.$$

A párhuzamosan érkező fénysugarak a jobb oldali fókuszpontban gyűlnek össze. (6) alapján  $t \rightarrow \infty$  esetén  $k$  határértéke:

$$f_2 = R \frac{n_2}{n_2 - n_1}.$$

A (7) feltételek így azt fejezik ki, hogy akkor keletkezik valódi kép, ha a fókusz távolság pozitív (gyűjtőlencse) és a tárgy a fókusz távolságon kívül van.

*Tóth Csaba* (Sopron, Széchenyi I. Gimn., IV. o. t.)

**II. megoldás.** A leképezési törvényt a fénytörés törvényét felhasználva is megkaphatjuk. A 2. ábra alapján

$$(1) \quad n_1 \sin i = n_2 \sin r.$$

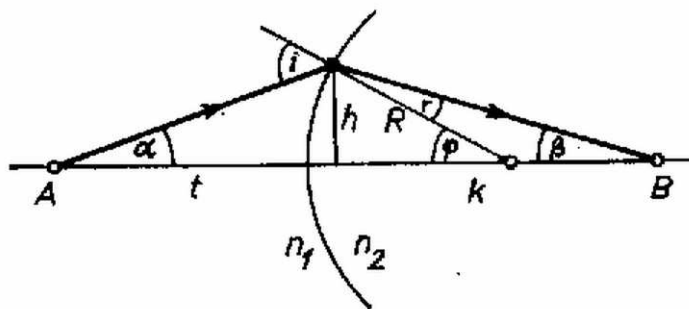
Kis szögek esetén a szög ívmértékben vett értéke, sinusa és tangense megegyezik, így

$$(2) \quad n_1 \cdot i = n_2 \cdot r.$$

$$i = \alpha + \varphi \quad \text{és} \quad r = \varphi - \beta,$$

ahol

$$\alpha = h/t, \quad \beta = h/k \quad \text{és} \quad \varphi = h/R.$$



2. ábra

Ezeket az összefüggéseket (2)-be beírva és rendezve az

$$(3) \quad (n_1/t) + (n_2/k) = (n_2 - n_1)R$$

leképezési törvényt kapjuk.

*Benkő Zsigmond* (Szolnok, Versegly F. Gimn., II. o. t.)