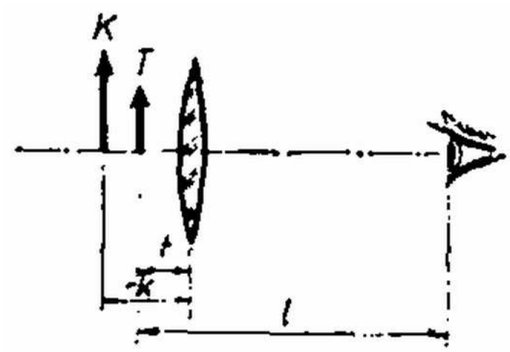
Szemünk akkor tud megkülönböztetni két pontot, ha a róluk a szembe érkező fénysugarak legalább φ_0 szöget zárnak be egymással. Ha a tiszta látás távolságában egymástól T távolságra levő két pontot tudunk megkülönböztetni, akkor

(1) $$\varphi_0 = T/L_t.$$

Nézzük most ezt a két pontot egy egyszerű nagyítón keresztül *(1. ábra)*.



1. ábra

Ekkor a két pont látószöge

(2) $$\varphi = \frac{K}{l-t-k}.$$

A felbontóképesség javulását $N^* = \varphi/\varphi_0$ jellemzi. Felhasználva, hogy

$$\frac{K}{T} = \frac{-k}{t} \quad \text{és} \quad \frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}\,,$$

(3) $$N^* = \frac{fL_t}{t^2 - tl + fl}$$

Azt kell vizsgálnunk, hogy milyen t és l értékek esetén lesz N^* a legnagyobb. Rögzített l esetén N^* akkor maximális, ha nevezője minimális, tehát ha

(4) $$t = l/2.$$

$t < l/2$ esetén N^* monoton nő, $t > l/2$ esetén pedig N^* monoton csökken.

N^* minimumát csak olyan t, l értékek körében keressük, amelyek eleget tesznek az alábbi feltételeknek. A lencsét egyszerű nagyítóként használjuk, tehát

(5) $$t < f;$$

a lencsét legfeljebb közvetlenül a szemünkig közelíthetjük, tehát

(6) $$t \le l;$$

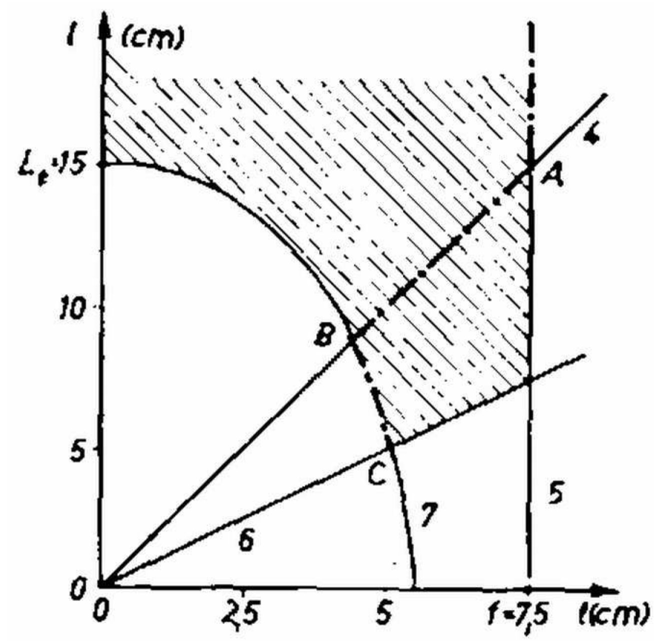
csak a tiszta látás távolságánál messzebb keletkező képet látjuk élesen, tehát

$$l - t - k \ge L_t,$$

a leképezési törvényt felhasználva és rendezve az egyenlőtlenséget

(7) $$l \ge L_t - \frac{t^2}{f-t}\,.$$

A *2. ábrán* vonalkázással jelöltük a $t-l$ sík azon pontjait, amelyek az (5), (6) és (7) feltételeknek megfelelnek.



2. ábra

Berajzoltuk az N^* maximumát jellemző 4 egyenest és annak az 5 egyenessel és 7 görbével alkotott A, B metszéspontjait is. Azt kell megvizsgálnunk, hogy különböző l-ek esetén t milyen megengedett értékénél lesz N^* maximális, és mekkora ez a maximum (azok a t értékek megengedettek, amelyek eleget tesznek az (5), (6), (7) feltételeknek). A rövidség kedvéért numerikusan számolunk $f = 7,5$ cm és $L_t = 15$ cm esetén.

a) Vizsgáljuk először az $l > 2f = 15$ cm esetet. A vonalkázott területnek az $l > 2f$ feltételt kielégítő részén a 4 egyenes kívül halad. Mivel rögzített l mellett N^* a (4)-beli maximumtól távolodva monoton csökken, az $l/2$-höz legközelebbi t-vel kell számolnunk. Tehát rögzített $l > 2f$ esetén N^* annál nagyobb, minél közelebb van t az f értékhez, vagyis ekkor $t \lesssim f = 7,5$ cm. (A $\lesssim$ jel itt azt jelenti, hogy t a lencsehibák által megengedett legnagyobb mértékben megközelíti f-et, de (5)-nek megfelelően nem érheti el. Ekkor

$$N^*_{\max} \lesssim L_t/f = 2,$$

l-től függetlenül. Ebbe a tartományba esik az $l_1 = 75$ cm eset.

b) Tegyük fel, hogy l az A és B pontok l-koordinátái közé esik. Ebben az esetben N^* maximumát a 4 egyenes megfelelő pontja adja. (3)-ban t helyére (4)-ből $l/2$-t helyettesítve

$$N^*_{\max} = \frac{fL_t}{l(f - l/4)}.$$

Nézzük meg, hogy a szóban forgó l értékek közül melyikre lesz ez az érték a legnagyobb. A nevező pozitív, deriváltja $f - l/2 > 0$ ebben a tartományban, tehát l csökkentésével N^* nő. Értéke a feladatban adott $l_2 = 10$ cm helyen

$$N^*_{\max}(l = 10 \text{ cm}) = 2{,}25,$$

a B pontban (B koordinátái: $l \approx 8{,}8$ cm, $t \approx 4,4$ cm):

$$N^*_{\max}(l = 8{,}8 \text{ cm}) = 2{,}4.$$

c) l-et tovább csökkentve rögzített l mellett a 7 görbén lesz N^* maximális, ekkor

$$N^*_{\max} = \frac{f}{f - t}.$$

l csökkentésével a maximumot adó t nő, így N^* maximuma is nő. A C pontban 6 és 7 metszéspontjaként $l = 5$ cm és $t = 5$ cm adódik, ekkor

$$N^*_{\max}(l = 5 \text{ cm}) = 3.$$

Az elérhető legnagyobb felbontás tehát l csökkentésével monoton nő, akkor a legnagyobb, ha a nagyítólencsét közvetlenül a szemünk elé helyezzük és a tárgy 5 cm-re van.

Sas Viktor (Székesfehérvár, József A. Gimn., III. o. t.) dolgozatának felhasználásával