

Egészítsük ki táblázatunkat az egyes időintervallumokra számolt átlagsebességekkel, és tekintsük ezeket egyenlőnek az intervallum közepén mérhető pillanatnyi sebességekkel!

$t(s)$	$s(cm)$	$s(cm)$	$v(cm/s)$	$h(mm)$
0	0	10	20	0
1	20	29,8	19,6	-0,02
2	39,6	49,25	19,3	-0,06
3	58,9	68,5	19,2	-0,16
4	78,1	87,7	19,2	-0,29
5	97,3	106,85	19,1	-0,39
6	116,4	125,85	18,9	-0,46
7	135,3	144,55	18,5	-0,48
8	153,8	162,8	18,0	-0,47
9	171,8	180,45	17,3	-0,41
10	189,1	197,3	16,4	-0,31
11	205,5	213,15	15,3	-0,16
12	220,8	227,9	14,2	-0,03
13	235,0	241,6	13,2	-0,09
14	248,2	254,4	12,4	+0,10
15	260,6	266,5	11,9	+0,10
16	272,5	278,3	11,6	+0,07
17	284,1	289,75	11,3	+0,05
18	295,4	300,9	11,0	+0,02
19	306,4	311,75	10,7	0,00
20	317,1			

A golyó sebessége a mozgás során monoton csökken, tehát figyelembe kell vennünk a pálya és a golyó között fellépő gördülő ellenállást. A gördülő ellenállás és a test súlyának arányát jelöljük, μ -vel. Mivel a pálya hajlásszöge mindenütt kicsi, a pálya és a golyó közötti nyomóerő jó közelítéssel megegyezik a golyó súlyával, $\cos \alpha \approx 1$. A pálya zárt, tehát 3 m megtétele után a golyó ugyanolyan magasságban van, mint induláskor. Ekkor a munkatétel:

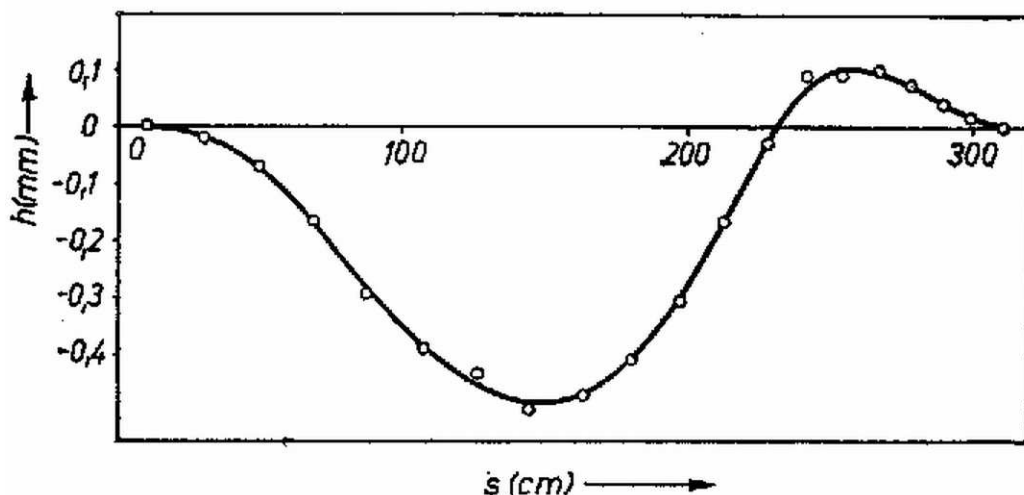
$$(1) \quad (1/2)mv_0^2 + (1/2)\Theta\omega_0^2 = (1/2)mv^2 + (1/2)\Theta\omega^2 + \mu mgs,$$

ahol v_0 az első intervallum átlagsebessége, v a 18. és 19. másodperc közötti átlagsebesség, ω_0 és ω a megfelelő szögsebességek, m a golyó tömege, $\Theta = (2/5)mr^2$ pedig a golyó tehetetlenségi nyomatéka, $s = 3$ m. (1)-ből μg meghatározható:

$$\mu g = 0,651 \text{ cm/s}^2.$$

Ezután a munkatételt két szomszédos intervallum között alkalmazva meghatározhatjuk az intervallumok közép-pontjainak Δh_n magasságkülönbségét (Δs_n az intervallumok hossza):

$$(2) \quad \begin{aligned} (7/10)mv_{n-1}^2 &= (7/10)mv_n^2 + mg\Delta h_n + \mu mg\Delta s_n; \\ \Delta h_n &= \frac{(7/10)v_{n-1}^2 - (7/10)v_n^2 - \mu g\Delta s_n}{g}, \end{aligned}$$



A (2) összefüggés sorozatos alkalmazásával minden intervallum középpontjában meghatározható a pálya magassága. Az első intervallum magasságához viszonyított magasság értékeket a táblázat utolsó oszlopában tüntettük fel és az ábrán szemléltettük.

Czuczor Lajos (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján