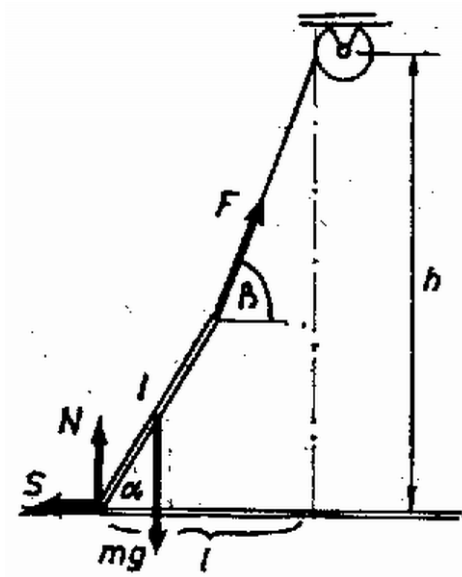


A rúdra az ábra szerint hat az mg súlyerő, az F kötélirányú kötélérő, a talaj N nyomóereje és valamilyen S súrlódó erő, amelyre igaz, hogy

$$(1) \quad S \leq \mu N.$$



Amíg a rúd talajon nyugvó vége nem mozdul el, fennáll a rúd és a kötél vízszintessel bezárt szöge között a következő összefüggés:

$$(2) \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{h - l \sin \alpha}{l(1 - \cos \alpha)}.$$

A rúd nyugalomban van, míg a rá ható erők eredője, valamint az eredő nyomaték nulla:

$$(3) \quad mg = N + F \sin \beta,$$

$$(4) \quad S = F \cos \beta.$$

A nyomatékokat a kötél és a rúd közös pontjára felírva:

$$(5) \quad \frac{mgl \cos \alpha}{2} - Nl \cos \alpha - Sl \sin \alpha = 0.$$

Az egyenletek nyilván csak addig érvényesek, amíg a rúd és a kötél nem esik egy egyenesbe, azaz míg $\operatorname{tg} \alpha \leq h/l$.

Nézzük meg azt a pillanatot, amikor a rúd még épp nem csúszik meg. Ekkor az (1) összefüggésben egyenlőségjel szerepel.

Ezzel felírtuk a feladat megoldásához szükséges összes egyenletet, de az egyenletrendszert csak numerikus vagy grafikus módszerrel tudjuk megoldani. Nézzük most a sok lehetőség egyikét.

A (3) egyenletet átrendezve és (4)-gyel osztva kapjuk:

$$(6) \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{mg - N}{S}.$$

Az (5) egyenletből (1) felhasználásával adódik:

$$(1/2)mg/N - 1 - \mu \operatorname{tg} \alpha = 0.$$

Ebből kifejezzük mg/N -et, beírjuk (6)-ba, és ezt (2)-vel összehasonlítva kapjuk a következő egyenletet:

$$\frac{(h/l) - \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1}{\mu}(1 + 2\mu \operatorname{tg} \alpha).$$

Átrendezve, felhasználva a $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ összefüggést, négyzetre emelve és újra rendezve kapjuk a következő egyenletet:

$$\begin{aligned} (\mu^2 + 1) \sin^4 \alpha + 2\mu \left(\mu \frac{h}{l} + 1 \right) \sin^3 \alpha + \left(3\mu^2 + \mu^2 \frac{h^2}{l^2} - \frac{2\mu h}{l} - 1 \right) \sin^2 \alpha - \\ - 2\mu \left(\mu \frac{h}{l} + 1 \right) \sin \alpha + \frac{\mu h}{l} \left(\frac{\mu h}{l} - 2 \right) = 0. \end{aligned}$$

Beírva a numerikus adatokat, próbálgatással a következő gyököket találjuk a minket érdeklő $0 \leq \sin \alpha \leq \sqrt{\frac{4}{5}}$ intervallumban:

$$\sin \alpha = 0,6147.$$

Így már a β szöget is megkapjuk (2)-ből, ezután pedig a feladatban kért adatokat is megkaphatjuk. A kötélerőre az (1), (3), (4) egyenletekből a következő összefüggést kapjuk:

$$F = \frac{\mu mg}{\mu \sin \beta + \cos \beta}.$$

A megcsúszás pillanatában tehát – a numerikus megoldás eredményét felhasználva:

$$F = 0,574 mg.$$

Az ábráról a csigán még át nem húzott kötélen hosszára a következő összefüggést olvashatjuk le:

$$a = \frac{h - l \sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Így a csigán áthúzott kötélen hossza 30 cm-nek adódik.

Frey István (Pécs, Zipernovszky K. Szakközépisk., III. o. t.)