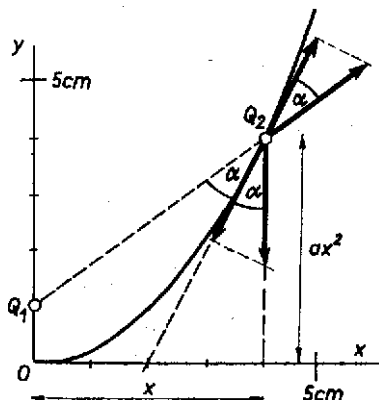


A parabola fókusz-távolsága $f = 1/(4a) = 10^{-2}\text{m} = 1\text{ cm}$. A golyó helyét a parabolapályán annak x koordinátája határozza meg. Rajzoljuk meg Q_2 helyén a parabola érintőjét, ekkor az ábrán α -val jelölt szögek egyenlők.



Az egyensúly feltétele, hogy a testre ható Coulomb-erő, gravitációs erő és a pályára merőleges nyomóerő eredője zérus legyen, azaz az erők érintő irányú összetevőire teljesüljön:

$$mg \cos \alpha = \frac{kQ_1Q_2}{x^2 + (ax^2 - f)^2} \cos \alpha.$$

Az egyenlet triviális megoldása a $\cos \alpha = 0$, $\alpha = 90^\circ$, amikor a töltés a parabola csúcsában van. A parabola csúcsában a test labilis egyensúlyi helyzetben van. A $\cos \alpha \neq 0$ esetben a keresett x értéket egy másodfokú egyenlet megoldásával kaphatjuk meg. A numerikus adatok behelyettesítése után $x = \pm 4\text{ cm}$ adódik. Ez a két egyensúlyi helyzet stabil.

Horváth László (Celldömölk, Berzsenyi D. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. A golyó stabil egyensúlyi helyzetét a potenciális energia minimumából meghatározhatjuk. Kihásválva, hogy a parabola azon pontok mértani helye, amelyek a fókuszponttól és az $y = -f$ egyenestől egyenlő (r) távolságra vannak, a potenciális energia a következő alakban írható fel:

$$E = mg(r - f) + \frac{kQ_1Q_2}{r},$$

ahol r a golyó távolsága a fókuszponttól. A potenciális energia olyan r érték esetén lehet minimális, ahol

$$\frac{dE}{dr} = mg - \frac{kQ_1Q_2}{r^2} = 0.$$

A numerikus értékek felhasználásával $r = 5\text{ cm}$ adódik, ami megfelel az $x = \pm 4\text{ cm}$ -es helyzetnek. Könnyű belátni, hogy ebben a pontban

$$\frac{d^2E}{dr^2} > 0,$$

tehát az energiának itt lokális minimuma van. Ebből következik, hogy ez az egyensúlyi helyzet stabil.

Kertay Zoltán (Budapest, Petőfi S. Gimn., IV. o. t.)