

Az izzó test hőmérsékleti sugárzás formájában energiát bocsát ki magából. Reflektorok híján ezt a test környezete (jelen esetben a fal) veszi föl. A teljes környezet fajhője azonban rendszerint olyan nagy, hogy az energia felvétele nem változtatja meg észrevehetően a környezet hőmérsékletét. Ugyanakkor természetesen a fal is sugároz, s ennek egy része az izzó testre jut, amely így energiát vesz fel. A teljes energiavesztés ezen két hatás eredője.

A feladat nem adja meg az izzó test és a fal alakját, amelyektől pedig jelentősen függ a veszteség, hiszen például ez határozza meg, hogy a fal sugárzásának hányadrészét nyeli el az izzó test. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy az izzó test és a fal koncentrikus gömbök, felületük A , ill. A_0 , hőmérsékletük T , ill. T_0 . Az izzó test ebben az esetben a fal által kisugárzott összes energiát felveszi. A Stefan-Boltzmann-törvény szerint a felületegységen kisugárzott teljesítmény σT^4 , a teljes teljesítményvesztés így

$$W_0 = \sigma(AT^4 - A_0T_0^4).$$

A falhoz hasonlóan a reflektorokról is tegyük föl, hogy az előbbiekkal koncentrikus gömbök, felületük A_1 , ill. A_2 . A reflektorok fajhője nem túl nagy, így viszonylag gyorsan fölveszik az egyensúlyi hőmérsékletet, amelyet az határoz meg, hogy az egyik oldalon felvett összes teljesítmény azonos a másik oldalon leadottal. Egy reflektor esetén a T_1 hőmérsékletet megadó egyenlet:

$$\sigma(AT^4 - A_1T_1^4) = \sigma(A_1T_1^4 - A_0T_0^4),$$

Az egész levezetés során nagyon lényeges, hogy fölteszük: a belül levő felület a rajta kívül levő felület összes kisugárzott energiáját felveszi (koncentrikus gömbök). A fenti egyenletből:

$$T_1^4 = \frac{AT^4 + A_0T_0^4}{2A_1},$$

A teljesítményvesztés egy reflektor esetén:

$$W_1 = \sigma(AT^4 - A_1T_1^4) = \sigma(A_1T_1^4 - A_0T_0^4) = (1/2)\sigma(AT^4 - A_0T_0^4) = (1/2)W_0,$$

tehát az előbbi érték felére csökkent.

Két reflektor esetén a reflektorok T_1 és T_2 hőmérsékletét meghatározó egyenletrendszer:

$$\begin{aligned}\sigma(AT^4 - A_1T_1^4) &= \sigma(A_1T_1^4 - A_2T_2^4), \\ \sigma(A_1T_1^4 - A_2T_2^4) &= \sigma(A_2T_2^4 - A_0T_0^4).\end{aligned}$$

Ebből:

$$T_1^4 = \frac{2AT^4 + A_0T_0^4}{3A_1}, \quad T_2^4 = \frac{AT^4 + 2A_0T_0^4}{3A_2}.$$

A teljesítményvesztés:

$$W_2 = \sigma(AT^4 - A_1T_1^4) = (1/3)\sigma(AT^4 - A_0T_0^4) = (1/3)W_0,$$

két reflektor esetén tehát az eredeti érték harmadrészére csökken.

Lájer Konrád (Tapolca, Batsányi J. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. A feladat könnyen általánosítható n reflektor esetére. Ekkor a megoldandó egyenletrendszer

$$\begin{array}{ll} 1) & AT^4 - A_1T_1^4 = A_1T_1^4 - A_2T_2^4, \\ \vdots & \\ k-1) & A_{k-2}T_{k-2}^4 - A_{k-1}T_{k-1}^4 = A_{k-1}T_{k-1}^4 - A_kT_k^4, \\ k) & A_{k-1}T_{k-1}^4 - A_kT_k^4 = A_kT_k^4 - A_{k+1}T_{k+1}^4, \\ \vdots & \\ n) & A_{n-1}T_{n-1}^4 - A_nT_n^4 = A_nT_n^4 - A_0T_0^4. \end{array}$$

Vegyük észre, hogy az összes egyenlet jobb és bal oldalán ugyanaz a mennyiség szerepel. Ezért az első $(k-1)$ egyenletet összeadva:

$$AT^4 - A_{k-1}T_{k-1}^4 = (k-1)(A_{k-1}T_{k-1}^4 - A_kT_k^4).$$

A fennmaradó egyenletek összege

$$(n-k+1)(A_{k-1}T_{k-1}^4 - A_kT_k^4) = A_kT_k^4 - A_0T_0^4.$$

T_{k-1}^4 -t kiküszöbölve:

$$T_k^4 = \frac{(n-k+1)A \cdot T^4 + kA_0T_0^4}{A_k(n+1)}.$$

A teljesítményveszteség:

$$W_k = \sigma(AT^4 - A_1T_1^4) = \frac{1}{n+1} \sigma(AT^4 - A_0T_0^4) = \frac{1}{n+1} W_0.$$

n reflektor tehát $(n+1)$ -ed részére csökkenti a veszteséget.

Tornóci László (Tata, Eötvös J. Gimn., IV. o. t.) és
Ambrus András (Szeged, Radnóti M. Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján

2. A teljesítményveszteség két lemez esetén a következő gondolatmenettel is meghatározható. A reflektor mindkét felülete azonos intenzitással sugároz. A megoldás első része alapján egy reflektor azzal a tulajdonsággal rendelkezik, hogy az eredeti W_0 nettó teljesítmény felét visszaveri – így lesz az új veszteség $W_0/2$ –, felét pedig a másik irányban kisugározza. Ha még egy reflektort elhelyezünk, akkor a $(W_0/2)$ felét, vagyis $(W_0/4)$ -et visszaadja az első reflektornak, ami $(W_0/8)$ -at az izzó test felé enged, $(W_0/8)$ -at pedig visszaver. Ennek felét a 2. reflektor ismét visszaveri stb.

Az izzó test által felvett visszasugárzott energia:

$$\frac{W_0}{2} \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} \dots \right) = \frac{W_0}{2} \frac{1}{1 - 1/4} = \frac{2}{3} W_0.$$

A veszteség tehát $W_0 - (2/3)W_0 = 1/3 W_0$.

Köteles Zoltán (Bp., I. István Gimn., III. o. t.)