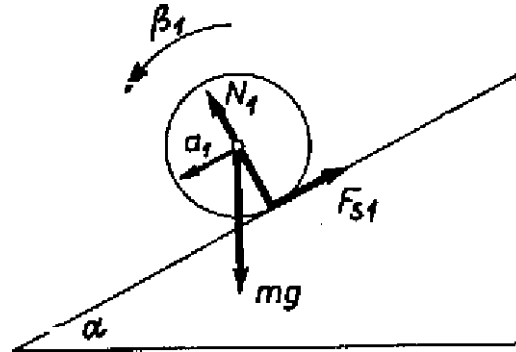


Foglalkozunk először a síklapon legördülő golyó mozgásának leírásával. A súlypont a_1 gyorsulással mozog lefelé a lejtőn. Mozgásegyenlete:

$$(1) \quad mg \sin \alpha - F_{s1} = ma_1$$

(l. az 1. ábrát).



1. ábra

A golyó a súlypontján áthaladó tengely körül β_1 szöggyorsulással forog:

$$(2) \quad F_{s1} \cdot r = \Theta \beta_1,$$

ahol $\Theta = (2/5)mr^2$, a gömb súlyponti tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka. A golyó csúszásmentesen gördül, ezért a lejtővel érintkező pontjának pillanatnyi gyorsulása nulla:

$$(3) \quad a_1 - \beta_1 r = 0.$$

A t_1 menetidő:

$$(4) \quad t_1 = \sqrt{\frac{2l}{a_1}}.$$

Az (1)–(3) egyenletekből az a_1 gyorsulás kifejezhető, és (4)-be írva megkapjuk a golyó legördülési idejét:

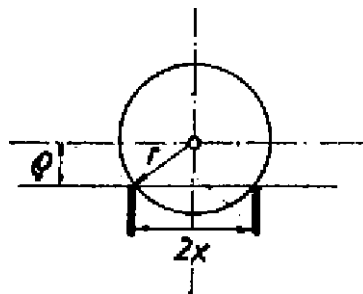
$$(5) \quad t_1 = \sqrt{\frac{14}{5} \cdot \frac{l}{g \sin \alpha}}.$$

Sínpáron történő legördülésnél a golyó transzlációs és rotációs mozgásegyenletei, valamint a kényszerfeltétel az előző esethez hasonlóan írhatók fel (2. ábra):

$$(6) \quad mg \sin \alpha - 2F_{s2} = ma_2,$$

$$(7) \quad 2F_{s2} = \Theta \beta_2,$$

$$(8) \quad a_2 - \beta_2 r = 0.$$



2. ábra

Ha $2x$ -szel jelöljük a sínek távolságát, akkor

$$(9) \quad \varrho = \sqrt{r^2 - x^2}.$$

A t_2 menetidőt a_2 segítségével fejezhetjük ki, amelyet a (6)–(8) egyenletekből nyerhetünk:

$$(10) \quad t_2 = \sqrt{\frac{2l}{a_2}} = \sqrt{\frac{2l[(7/5)r^2 - x^2]}{(r^2 - x^2)g \sin \alpha}}$$

A feladat szerint a két menetidő különbsége $\Delta t = 1$ s:

$$(11) \quad \Delta t = \sqrt{\frac{l}{g \sin \alpha}} \cdot \left(\sqrt{\frac{2[(7/5)r^2 - x^2]}{r^2 - x^2}} - \sqrt{\frac{14}{5}} \right)$$

Ebben az egyenletben csak x az ismeretlen, amelyet könnyen kifejezhetünk,

$$x = r \sqrt{\frac{A - (14/5)}{A - 2}},$$

ahol A -val az alábbi pozitív mennyiséget jelöltük:

$$A = \left(\sqrt{\frac{g \sin \alpha}{l}} \cdot \Delta t + \sqrt{\frac{14}{5}} \right)^2.$$

Numerikusan: $A = 7,9$, a sínpár nyomtávolsága $2x = 11,2$ cm, a golyók menetideje $t_1 = 1,49$ mp, ill. $t_2 = 2,49$ mp.

Csapó Ildikó (Sopron, Széchenyi I. Gimn., III. o. t.)