

I. megoldás. Az olaj emelkedése során a kondenzátor kapacitása növekszik, és mivel feszültségforrásra van kapcsolva, töltés áramlik rá. Δx szintemelkedésnél, miközben a kapacitás $C_2 - C_1 = \Delta C$ -vel növekszik, $Q_2 - Q_1 = \Delta Q = U \Delta C$ a töltésváltozás.

A kondenzátor energiája

$$(1) \quad \Delta W_{\text{kond}} = (1/2)C_2 U^2 - (1/2)C_1 U^2 = (1/2)U^2 \Delta C$$

értékkel növekszik, míg a telep

$$(2) \quad \Delta L_{\text{telep}} = \int_{Q_1}^{Q_2} U dQ = U(Q_2 - Q_1) = U \Delta Q = U^2 \Delta C$$

munkát végez. A telep energiaszolgáltatásának tehát csak a fele növeli a kondenzátor energiáját, a másik fele mechanikai munkává alakul (az olaj mozgási és potenciális energiájának növelésével). Ez lehetővé teszi a kondenzátor belsejében levő dielektrikumra ható erő meghatározását.

Az olajsínt Δx elmozdulása során a telep energiaszolgáltatása:

$$\Delta L_{\text{telep}} = \Delta W_{\text{kond}} + F \Delta x,$$

ahol F a dielektrikumra függőlegesen felfelé ható erő, azaz (1) és (2) alapján

$$(1/2)U^2 \Delta C = F \Delta x, \\ F = (1/2)U^2 \Delta C / \Delta x.$$

Mivel $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta C / \Delta x) = \frac{dC}{dx}$, azért végül a következő pontos formulát kapjuk:

$$(3) \quad F = (1/2)U^2 \frac{dC}{dx}.$$

A hátralevő feladat a kapacitás x függésének meghatározása, ennek a függvénynek a deriváltját kell majd kiszámítanunk. A dielektrikumot részben tartalmazó kondenzátor eredő kapacitása két olyan párhuzamosan kapcsolt kondenzátor kapacitásának összegével egyenlő, melyek közül az egyik tartalmazza a transzformátorolajat, a másik nem.

Ha a kondenzátor lemezeinek szélessége a , magassága $2b$, távolságuk d , és az emelkedést a külső olajsíntől mérjük, az eredő kapacitás

$$(4) \quad C(x) = \frac{\varepsilon_0 a(b-x)}{d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r a(b+x)}{d} = \frac{ab}{d} \varepsilon_0 (\varepsilon_r + 1) + \frac{ax}{d} \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1).$$

(A levegő dielektromos állandója $\varepsilon_{\text{lev}} \approx 1$.) (3) alapján a dielektrikumra ható erő

$$(5) \quad F = (1/2)U^2 \frac{dC}{dx} = (1/2)U^2 (a/d) \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1).$$

Az erő független attól, hogy a dielektrikum mennyire hatol be a lemezek közé! Az olaj mozgásának csillapodása után kialakuló egyensúlynál a felemelkedett olaj súlya az F erővel egyenlő:

$$(6) \quad F = mg, \\ (1/2)U^2 (a/d) \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) = \varrho adhg,$$

ahol h az emelkedési magasság, ϱ pedig az olaj sűrűsége.

Végezményben:

$$(7) \quad h = \frac{U^2 \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1)}{2\varrho g d^2} = 0,6 \text{ mm}.$$

Kotek Gábor (Bp., Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. Energetikailag vizsgálva a kondenzátor-olaj rendszert, nem szabad megfeledkezni arról, hogy míg az olajsínt emelkedésével a folyadék potenciális energiája és a kondenzátor elektromos energiája egyaránt növekszik, addig a telep munkavégzése a rendszer szempontjából energianyereséget jelent.

Jelöljük a telep bekapcsolása előtti összenergiát W_0 lal. A bekapcsolás után a rendszer olyan helyzetet foglal el, ahol energiája minimális.

x olajsínt emelkedésnél a teljes energia:

$$(8) \quad W(x) = W_0 - L + W_{\text{kond}} + W_{\text{olaj}},$$

ahol

$$L = \int_0^Q U dQ = UQ = U^2 C$$

a telep állandó feszültségen végzett munkája,

$$W_{\text{kond}} = (1/2)CU^2$$

a kondenzátor elektromos energiája,

$$W_{\text{olaj}} = mg(x/2) = (\varrho \, adx)g(x/2)$$

pedig a megemelkedett olaj potenciális energianövekedése. A kapacitás x függésének ismeretében [(4) egyenlet] a teljes energia:

$$(9) \quad W(x) = W_0 - (1/2)[(ab/d)\varepsilon_0(\varepsilon_r + 1) + (ax/d)\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)]U^2 + \varrho \, adg(x^2/2).$$

Belátható, hogy ennek a másodfokú függvénynek az

$$(10) \quad x = \frac{U^2 \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1)}{2\varrho \, gd^2} = 0,6 \text{ mm}$$

helyen van minimuma. Minden más x esetén $W(x)$ határozottan nagyobb, mint a minimális érték, ezért az egyensúlyi helyzet stabil. Az energiakülönbség az olaj mozgási energiájává, majd a csillapodás során hőenergiává alakul.

Faragd Béla (Csongrád, Batsányi J. Gimn., IV. o. t.)