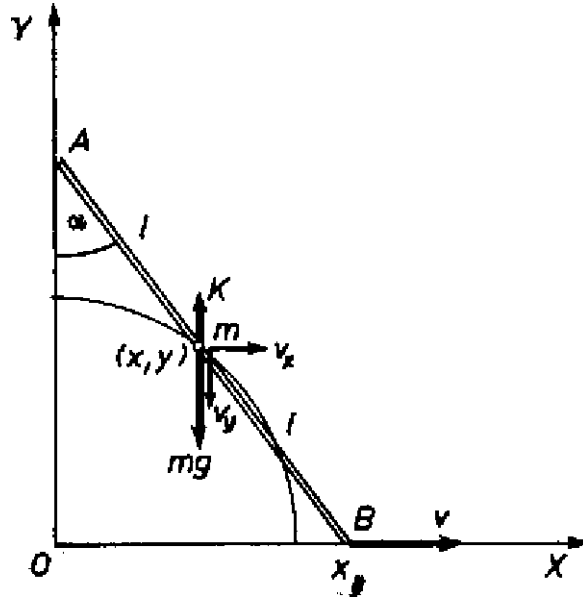


Határozzuk meg először az m tömegű gyöngy sebességét és gyorsulását a falakhoz rögzített (X, Y) koordináta-rendszerhez viszonyítva. Legyenek (x, y) a pálca középpontjának koordinátái, míg a B pontéi $(x_B; 0)$.



Az ábra alapján

$$(1) \quad x_B = 2l \cdot \sin \alpha,$$

$$(2) \quad x_B = 2x.$$

A gyöngy l sugarú negyedköríven mozog:

$$(3) \quad x^2 + y^2 = l^2,$$

ahol az x, y koordináták az idő függvényei. A sebesség komponensek kiszámításához differenciáljuk az idő szerint a (3) egyenlet mindkét oldalát. Az összetett függvények differenciálási szabályát alkalmazva

$$(4) \quad 2x \cdot v_x + 2y \cdot v_y = 0,$$

ahol v_x és v_y az m tömeg sebességének X , ill. Y irányú komponense ($v_x = dx/dt$, $v_y = dy/dt$). Járjunk el hasonlóan a (2) egyenlettel is, így kapjuk:

$$(5) \quad v = 2v_x.$$

(4) és (5) egybevetésével a sebességkomponensek

$$(6a) \quad v_x = v/2,$$

$$(6b) \quad v_y = -(v/2) \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Az (1) egyenlet mindkét oldalának idő szerinti differenciálásával nyerjük:

$$(7) \quad v = 2l \cos \alpha \cdot (d\alpha/dt).$$

Deriválva a (6a) és a (6b) egyenleteket, ezt az összefüggést használjuk fel a gyorsuláskomponensek kiszámítására:

$$(8a) \quad a_x = 0,$$

$$(8b) \quad a_y = \frac{-v}{2 \cos^2 \alpha} \cdot \frac{v}{2l \cos \alpha} = -\frac{v^2}{4l \cos^2 \alpha}.$$

Láthatjuk, hogy a gyöngy csak függőleges irányban gyorsul, így a pálca részéről rá ható K kényszererő is függőleges irányú. A dinamika alaptörvényét az m tömegű testre felírva:

$$K - mg = ma_y,$$

$$(9) \quad K = m \left(g - \frac{v^2}{4l \cos^3 \alpha} \right).$$

A gyöngy ekkora erővel hat függőlegesen lefelé a pálcára. Abban a pillanatban, amikor $\alpha = 45^\circ$, $K = m \left(g - \frac{v^2}{\sqrt{2}l} \right)$.