

Ha az F erő az álló korong-rendszert t idő alatt ω szögsebességre gyorsítja, akkor a szöggyorsulás $\beta = \omega/t$ volt. Az ω szögsebességet a munkatétellel fogjuk meghatározni.

Az F erő által végzett munka $W = F \cdot s = F \cdot R \cdot \omega t$. Ez a munkavégzés egyenlő a rendszer kinetikus energiájával. A nagy korong forgási energiája $E_1 = (1/2) \Theta \omega^2$. A kis korong összetett mozgást végez: tömegközéppontja $v = \omega d$ sebességgel kering a nagy korong forgástengelye körül, a kis korong pedig saját tengelye körül ω_1 szögsebességgel végez forgó mozgást. Ilyen esetben a mozgási energia egyszerűen az $E_2 = (1/2) \Theta_1 \omega_1^2$ forgási energia és a tömegközéppont haladó mozgásából származó $E_3 = (1/2) m v^2 = (1/2) m d^2 \omega^2$ energia összeadásából számítható. A teljes mozgási energia:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 = (1/2) \Theta \omega^2 + (1/2) m d^2 \omega^2 + (1/2) \Theta_1 \omega_1^2.$$

Az ismeretlen ω_1 szögsebességet abból a kényszerfeltételből határozhatjuk meg, hogy a kis korong tapadva gördül. Mivel a középpontja $v = d\omega$ sebességgel mozog, a korong pereme akkor nem fog megcsúszni, ha a saját forgásból származó sebesség ezzel ellentétes irányú, de egyenlő nagyságú, $\omega_1 \cdot r = v = d\omega$. Az $\omega_1 = \omega(r/d)$ értéket behelyettesítve kapjuk, hogy

$$E = \frac{1}{2} \left(\Theta + m d^2 + \Theta_1 \frac{d^2}{r^2} \right) \omega^2.$$

Ezt egyenlővé téve a mozgási energiával és a $\beta = \omega/t$ kifejezve kapjuk, hogy

$$\beta = \frac{F \cdot R}{\Theta + m d^2 + \Theta_1 \cdot d^2 / r^2}.$$

A megoldás helyességéről meggyőződhetünk, ha a határeseteket megvizsgáljuk. Ha $r = d$, akkor végeredményben a kis korong nem mozog a nagyhoz képest; ennek megfelelően az eredmény:

$$\beta = \frac{FR}{\Theta + m d^2 + \Theta_1},$$

ahol $m d^2 + \Theta_1$, a kis korongnak a forgástengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka. Ha r kicsi (miközben a kis korong tehetetlenségi nyomatéka az eredeti érték), akkor a kért szöggyorsulás is kicsi lesz, mert a kis korongot nagyon gyorsan kell pörgetni.

Karanyi József (Ajka, Bródy I. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. Sok versenyző a hibás $\omega_1 = \omega \cdot (d - r)/d$ kényszerfeltételt használta. Ekkor nem teljesülne az $r = d$ esetben, hogy a nagy korongot egyszer megforgatva, a kis korong is megfordul a tengelye körül.