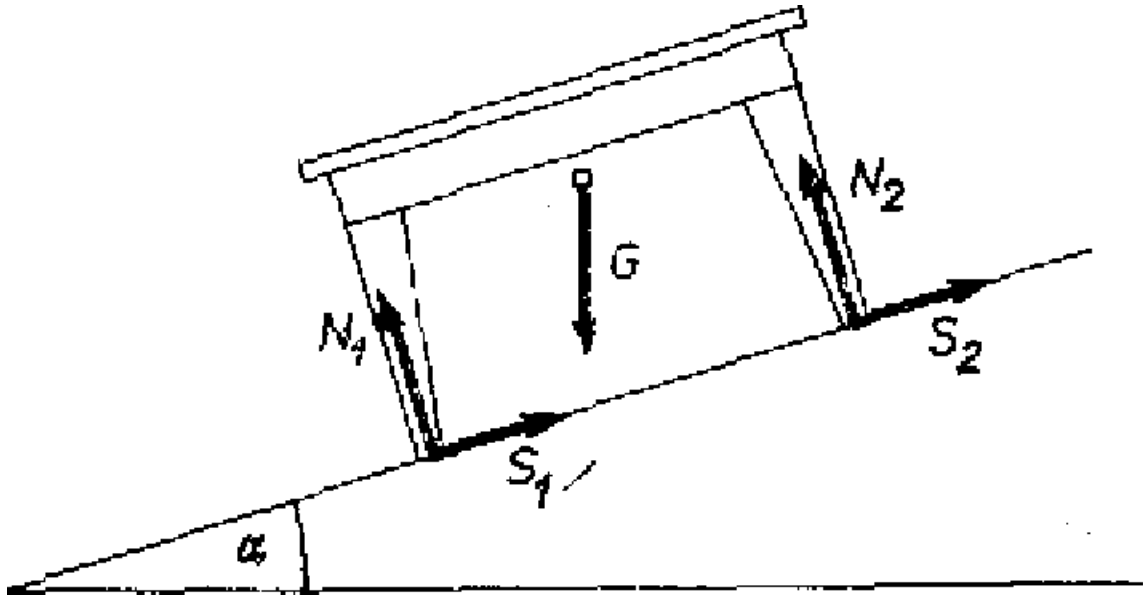


Az asztal egyensúlyának feltételei a lejtőre merőleges, a lejtővel párhuzamos erőkre és a forgatónyomatékokra (1. ábra):



1. ábra

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & G \cos \alpha - N_1 - N_2 = 0, \\
 (2) \quad & G \sin \alpha - S_1 - S_2 = 0, \\
 (3) \quad & N_2 \cdot S - G[(s/2) \cos \alpha - h \cdot \sin \alpha] = 0.
 \end{aligned}$$

(A forgatónyomaték egyenletet az alsó láb érintkezési pontjára írtuk fel.) Az asztal lába és a lejtő között tapadó súrlódási erő hat, amelyre

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & |S_1| \leq \mu N_1, \\
 (5) \quad & |S_2| \leq \mu N_2.
 \end{aligned}$$

A rendszer sztatikailag határozatlan, mivel a négy ismeretlen erő (N_1 , N_2 , S_1 , S_2) meghatározására csak három egyenlet áll rendelkezésre. S_1 -et és S_2 -t nem tudjuk pontosan meghatározni, azonban a (4) és (5) egyenlőtlenségek felhasználásával meg tudjuk adni azokat a határokat, amelyek között értékük változhat.

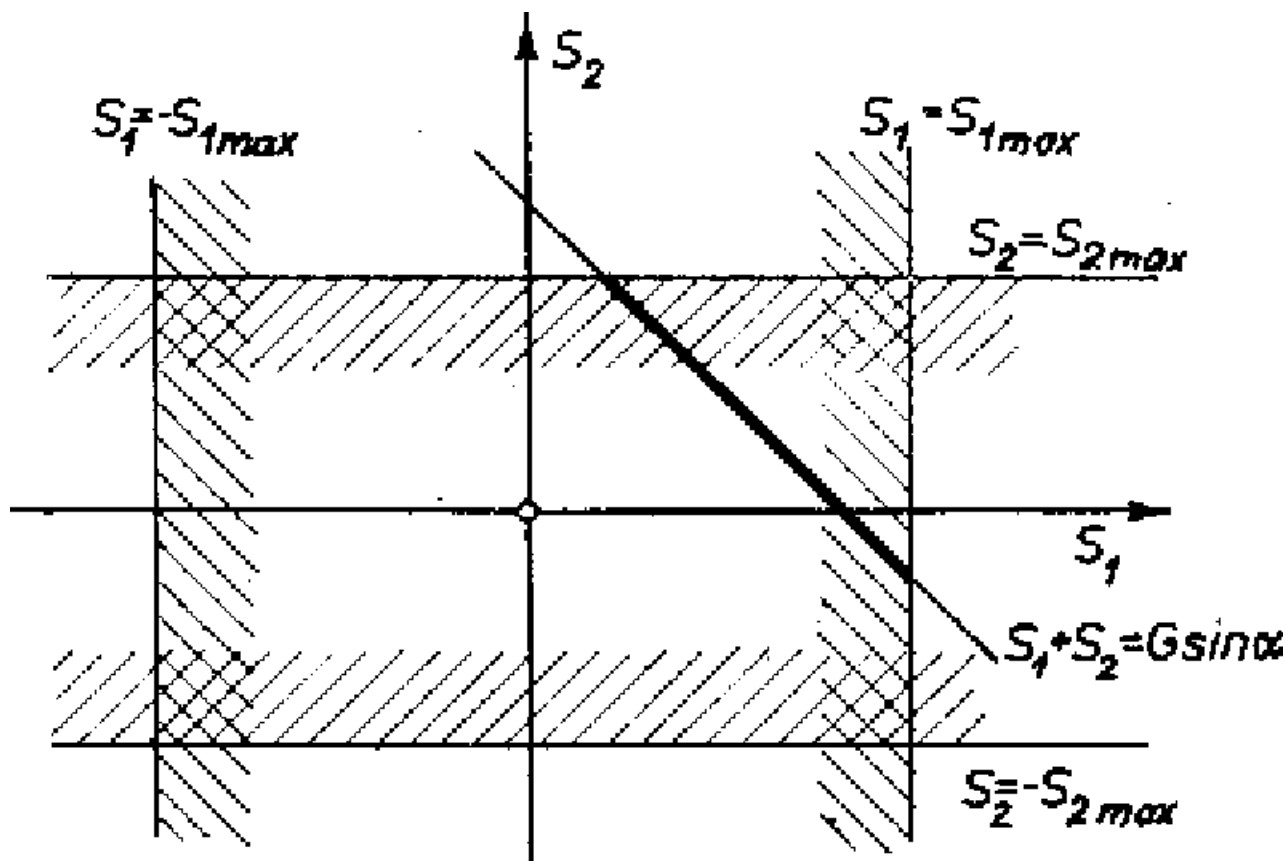
(1)-ből és (3)-ból

$$\begin{aligned}
 N_1 &= G[(1/2) \cos \alpha + (h/s) \sin \alpha], \\
 N_2 &= G[(1/2) \cos \alpha - (h/s) \sin \alpha].
 \end{aligned}$$

Ezeket a kifejezéseket (4)-be és (5)-be helyettesítve

$$\begin{aligned}
 (4') \quad & |S_1| \leq S_{1 \max} = \mu G[(1/2) \cos \alpha + (h/s) \sin \alpha], \\
 (5') \quad & |S_2| \leq S_{2 \max} = \mu G[(1/2) \cos \alpha - (h/s) \sin \alpha].
 \end{aligned}$$

S_1 -nek és S_2 -nek tehát a (3) egyenletet és a (4') és (5') egyenlőtlenségeket kell kielégítenie. Ábrázoljuk ezeket egy S_1 és S_2 tengelyű koordináta-rendszerben (2. ábra).



2. ábra

Ekkor S_1 és S_2 a (2) egyenesnek a (4') és (5') által meghatározott téglalapba eső pontjainak megfelelő értékpárokat veheti fel.

Numerikus adatainkkal $S_{1max} \approx 14,7$ kp, $S_{2max} = 9,5$ kp. $G \sin \alpha \approx 12,9$ kp, így $S_1 + S_2 = 12,9$ kp. Az S_1 által felvehető legkisebb értéket S_2 maximális értéke határozza meg (az egyenes az $S_2 = S_{2max}$ egyenesnél lép ki a téglalapról), így $S_{1min} = G \sin \alpha - S_{2max} \approx 3,4$ kp. Hasonlóan $S_{2min} = G \sin \alpha - S_{1max} \approx -1,8$ kp. Tehát S_1 és S_2 a $3,4 \text{ kp} \leq S_1 < 14,7 \text{ kp}$ ill. a $-1,8 \text{ kp} \leq S_2 \leq 9,5 \text{ kp}$ egyenlőtlenségek által meghatározott intervallumba esik úgy, hogy összegük mindig

$$S_1 + S_2 = 12,9 \text{ kp.}$$

S_2 negatív értéke azt jelenti, hogy az 1-es lábnál olyan nagy súrlódási erő is felléphet, hogy a 2-es lábnál lefelé is hathat a súrlódási erő anélkül, hogy az asztal lecsúszna. Ilyenkor az asztal lábai szét akarnak szaladni.)

Horváth Tibor (Székesfehérvár, József A. Gimn., II. o. t.)
és Kókai László (Csongrád, Batsányi J. Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A feladatot síkbeli feladatként oldottuk meg, azaz a két „alsó”, ill. „felső” lábra ható súrlódási erőket egyenlőnek és a rajz síkjával párhuzamosnak tételeztük fel. Általában mind a négy lábra különböző súrlódási erő is hathat, melyeknek lehet a rajz síkjára merőleges összetevője is. A súrlódási erők abszolút értéke ekkor sem lehet μN -nél nagyobb.

Kriza György (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)

2. A csúszó és a tapadó súrlódási erő között lényeges különbség, hogy míg a csúszó súrlódási erő mindig μN nagyságú, addig a tapadó súrlódás esetén μN csak a súrlódási erő maximális értékét adja meg, de az ennél az értéknél kisebb is lehet. (Gondoljunk pl. az asztalon nyugvó testre, amelyre semmilyen súrlódási erő nem hat.) Sok dolgozat azért volt hibás, mert a súrlódási erő nagyságát μN -nek vette. Ekkor az $S_1 + S_2 = G \sin \alpha$ egyenlet nyilvánvalóan csak abban a szélső esetben teljesülne, ha az asztal éppen a megcsúszás határán lenne.

3. A pontosság kedvéért meg kell jegyeznünk, hogy ha egy test már megindult – vagyis már csúszik – a súrlódási együttható értéke lecsökken, vagyis a μ_{cs} csúszási súrlódási együttható értéke kicsit kisebb, mint a μ_t tapadási súrlódási együttható. Feladatainknál általában – ha erre külön nem történik figyelmeztetés – ettől eltekintünk, és a számításokhoz egységesen csak egyfajta $\mu \approx \mu_{cs} \approx \mu_t$ súrlódási együtthatót adunk meg. A számításokban ez a kis mennyiségi pontatlanság megengedhető (a gyakorlatban ez is igen lényeges: pl. járművek fékezésekor a teljesen megállított, és így megcsúszó kerék nemcsak a kocs oldalirányú instabilitásához vezet, hanem nem jelenti a maximális lehetséges fékezőerőt sem. Igen fontos azonban a minőségi különbség a kétféle együttható között, és nem szabad összekevernünk őket. Míg a csúszási súrlódási együttható a csúszás közben fellépő fékezőerőt pontosan meghatározza, addig a tapadási

nem határozza meg a nyugvó testre ható súrlódó erőt, hanem csak annak felső határát, *lehetséges maximális értékét adja meg.*

Bodó Zsolt