

A két részecske abban a pillanatban van a legközelebb, amikor egymáshoz viszonyítva nem mozognak, vagyis sebességük megegyezik. (Csak a tömegközépponthoz rögzített koordináta-rendszerben lesz a részecskék sebessége 0!) Az impulzus és az energia megmaradásának tétele szerint

$$(1) \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v,$$

$$(2) \quad k \frac{q_1 q_2}{r_0} + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = k \frac{q_1 q_2}{r_{\min}} + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2,$$

ahol v a két részecske közös sebessége abban a pillanatban, amikor a minimális $r_{\min}$ távolságra vannak; v megegyezik a tömegközéppont sebességével. (1)-ből

$$(3) \quad v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

v -t (2) helyettesítve és rendezve kapjuk:

$$r_{\min} = \frac{k q_1 q_2}{k \frac{q_1 q_2}{r_0} + \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2}.$$

Ha a részecskék nagy távolságra vannak egymástól, helyzeti energiájuk elhanyagolható. Sebességük ekkor legyen v'_1 ill. v'_2 . Az impulzus és az energia megmaradása alapján

$$(4) \quad (m_1 + m_2) v = m_1 v'_1 + m_2 v'_2,$$

$$(5) \quad \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 + k \frac{q_1 q_2}{r_{\min}} = \frac{1}{2} m_1 (v'_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (v'_2)^2.$$

Az egyenletrendszert megoldva nyerjük:

$$v'_1 = v \pm \sqrt{\frac{2m_2}{m_1(m_1 + m_2)} \frac{k q_1 q_2}{r_{\min}}},$$

$$v'_2 = v \mp \sqrt{\frac{2m_1}{m_2(m_1 + m_2)} \frac{k q_1 q_2}{r_{\min}}}.$$

Mivel a részecskék ellenkező irányban távolodnak, mint ahogyan közeledtek egymáshoz, azért ha az előjeles sebességekre $v_1 < v_2$, akkor a felső, $v_1 > v_2$ esetén pedig az alsó előjel érvényes.

Virosztek Attila (Szolnok, Verseyhy F. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A részecskék között konzervatív erő hat, így pontosan érvényes az energia megmaradásának tétele. A vizsgált folyamat tehát egy tökéletesen rugalmas ütközés, ahol nemcsak a kezdő- és végállapotot, hanem még a közbeni helyzeteket, az ütközés lefolyását is nyomon tudjuk követni.

Györgyi Géza (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.) dolgozata alapján