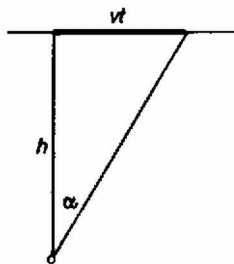


Válasszuk 0-nak azt az időpontot, amikor az autó áthalad a lokátortól az úthoz húzott merőleges talppontján!
Mérjük a lokátor szögelfordulását ettől a merőlegestől!



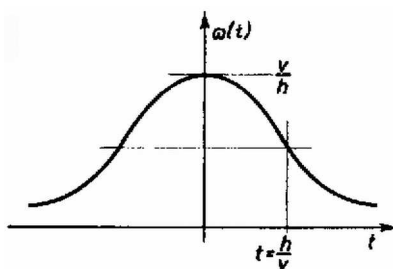
1. ábra

Az 1. ábra alapján

$$(1) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{v \cdot t}{h}; \quad t = \frac{h}{v} \operatorname{tg} \alpha.$$

Így

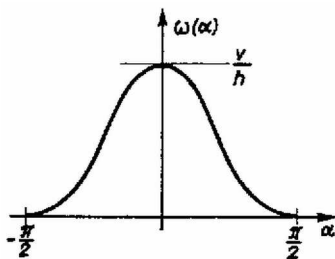
$$\alpha = \arctan(v \cdot t/h).$$



2. ábra

A lokátor szögsebessége (2. ábra):

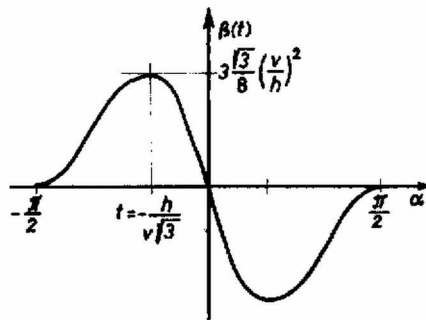
$$\omega(t) = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{v}{h} \cdot \frac{1}{1 + \frac{v^2 t^2}{h^2}}.$$



3. ábra

$t = t(\alpha)$ segítségével kiküszöbölve kapjuk ω -t mint α függvényét (3. ábra):

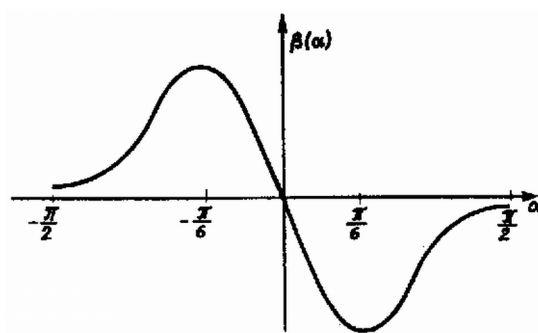
$$\omega(\alpha) = \frac{v}{h} \cos^2 \alpha.$$



4. ábra

A szöggyorsulás a szögsebesség idő szerinti deriváltja (4 ábra):

$$\beta(t) = \frac{d\omega}{dt} = -2 \left(\frac{v}{h}\right)^2 \frac{vt}{h} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{v^2 t^2}{h^2}\right)^2}.$$



5. ábra

(1) felhasználásával (5. ábra):

$$\beta(\alpha) = -2 \left(\frac{v}{h}\right)^2 \frac{\operatorname{tg} \alpha}{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)^2} = -2 \left(\frac{v}{h}\right)^2 \cdot \sin \alpha \cos^3 \alpha.$$

A szöggyorsulásnak ott lehet lokális maximuma, ahol a deriváltja eltűnik:

$$\frac{d\beta}{d\alpha} = -2 \left(\frac{v}{h}\right)^2 \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 3 \sin^2 \alpha),$$

ennek számunkra érdekes nulla-helyei $\alpha = \pm 90^\circ$ és $\alpha = \pm 30^\circ$. Ezek közül $\alpha = -30^\circ$ -nál van maximum, itt ugyanis a derivált pozitívról negatívra váltja az előjelét.

Schmidt József (Esztergom, Dobó K. Gimn., IV. o. t.)