

A v sebességgel érkező M tömegű test a rugóval történt ütközés után – amíg a rugó és a test közt nyomóerő hat – harmonikus rezgőmozgást végez. Vízszintes síkon megalósuló mozgásnál a nyomóerő akkor válik nullává, amikor a rugó hossza megegyezik a nyugalmi hosszával. Ekkor a rugó potenciális energiája nulla.

Mivel a folyamat során a súrlódás, közegellenállás stb. elhanyagolható, felírhatjuk a mechanikai energia megmaradásának törvényét:

$$(1) \quad (1/2)Mv^2 = (1/2)Mu^2 + K_r,$$

ahol u az M tömegű test sebessége, miután elhagyta a rugót, K_r pedig a rugó kinetikus energiája, amikor végpontja u sebességgel mozog.

A homogén tömegeloszlású, m tömegű rugó kinetikus energiája könnyen meghatározható, ha a rugót képzeletben N darab olyan kicsi részre osztjuk, hogy az egyes darabokat már tömegpontként kezelhetjük. Egyforma részekre való osztásnál az i -edik darab tömege $m_i = m/N$, sebessége $u_i = iu/N$, ahol u a végpont ($i = N$) sebessége.

A rugó kinetikus energiája:

$$(2) \quad \begin{aligned} K_r &= \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N (1/2)m_i u_i^2 = (1/2)mu^2 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^3} \sum_{i=1}^N i^2 = \\ &= (1/2)mu^2 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2N^3 + 3N^2 + N}{6N^3} = (1/2)(m/3)u^2. \end{aligned}$$

Felhasználva az energia megmaradásának tételét (1):

$$(3) \quad \begin{aligned} (1/2)Mv^2 &= (1/2)Mu^2 + (1/2)(m/3)u^2, \\ u &= v \sqrt{\frac{M}{M + (1/3)m}} \approx 9,13 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Amikor az M tömegű test a rugóval együtt rezeg, a rezgés amplitúdója az $(1/2)Mv^2 = (1/2)DA^2$ egyenletből:

$$(4) \quad A = \sqrt{\frac{Mv^2}{D}} = 1 \text{ m}.$$

Szükséges feltétel tehát az is, hogy a rugót a nyugalmi helyzetétől számítva 1 m-re össze lehessen nyomni, a lineáris erőttörvény érvényességi határán belül.

Dér András (Szeged, Radnóti M. Gimn., III.o.t.)