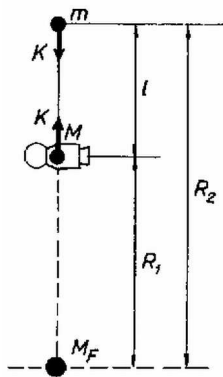


A feladat szövege szerint az űrhajó és az űrhajós azonos szögsebességgel forog.



Írjuk föl a mozgásegyenleteket a M és m tömegekre, az ábra jelölései alapján:

$$(1) \quad \gamma \frac{MM_F}{R_1^2} - K = MR_1\omega^2,$$

$$(2) \quad \gamma \frac{mM_F}{R_2^2} + K = mR_2\omega^2.$$

K a keresett kötélérő, M_F a Föld tömege, ω a forgás szögsebessége. Az egyenletrendszer megoldása:

$$K = \gamma M_F \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_1^2 R_2^2} \cdot \frac{mM}{mR_2 + MR_1}.$$

Mivel az űrhajónak a felszíntől számított magasságát elhanyagoljuk $R_1 = R$ és $R_2 = R + l$, tehát

$$K = \gamma M_F \frac{3R^2l + 3Rl^2 + l^3}{R^2(R + l)^2} \cdot \frac{mM}{m(R + l) + MR}.$$

Ez a feladat egzakt megoldása. A numerikus kiértékelést megkönnyíti, hogy l jóval kisebb, mint R ($l = R/100\,000$), tehát l magasabb hatványait elhanyagolhatjuk: $R + l \approx R$; $3R^2l + 3Rl^2 + l^3 \approx 3R^2l$. Ezért nagyon jó közelítéssel:

$$K = 3\gamma \frac{M_F}{R^2} \cdot \frac{l}{R} \cdot \frac{mM}{m + M}.$$

Felhasználva, hogy $\gamma \frac{M_F}{R^2} = g$, $K = 3 \cdot \frac{l}{R} \cdot \frac{mM}{m + M} g$.

A számadatokkal $K \approx 0,03 \text{ N}$.

Megyeri János (Bp., József A. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. Sok megoldó a következő gondolatmenetet használta:

Az űrhajó lényegében a Föld felszínén van, a rá ható erő tehát Mg . Mivel az űrhajós is alig van följebb, rá ható erőként itt is mg -t vettek figyelembe. Az egyenletrendszer:

$$(3) \quad Mg - K = MR\omega^2,$$

$$(4) \quad mg + K = m(R + l)\omega^2.$$

A megoldás: $K = \frac{l}{R} \cdot \frac{mM}{m + M} g$, (ha $l \ll R$). A 3-szoros eltérés jelentős! Hol van a hiba? A (3) egyenlet azonos (1)-gyel. A (4) egyenlet (2)-ből úgy kapható meg, hogy a bal oldalon R_2 helyett R -et veszünk, de a jobb oldalon megtartjuk R_2 -t. A (4) egyenlet tehát nem igaz. (Ezek a dolgozatok 1 pontot kaptak.)

2. Több megoldó úgy írta föl a mozgásegyenleteket, hogy K -t figyelembe sem vette; s ezután „hozta ki” a kötélérőt – (0 pont).