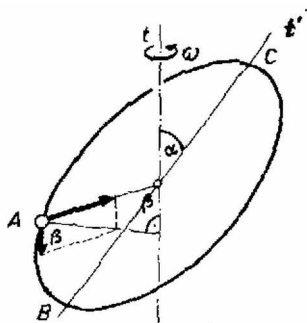


Ha a test a forgástengelytől r távolságra van, akkor gyorsulásának nagysága $a = r\omega^2$, ahol $\omega = 2\pi n$ a szögsebesség. Ezt a gyorsulást Newton II. törvénye szerint egy $F = mr\omega^2$ nagyságú eredő erő hozza létre, melynek iránya megegyezik a gyorsulás irányával, tehát a tengely felé mutat. Kérdés az, hol helyezkedhet el a test, hogy a rá ható erők eredője ez az $\mathbf{F}$ erő legyen?



1. ábra

A testre két erő hat: a Föld tömegvonzása (mg nagyságú függőleges erő) és a karika K nyomóereje, amelynek nagyságát nem ismerjük, de súrlódás nem lévén, iránya merőleges a karikára. A két erő eredője csak akkor lehet merőleges a forgástengelyre, ha a) a test a karika legalsó vagy legfelső pontjában van, b) a test egy általános helyzetű pontban van, de a $\mathbf{K}$ erő a karika középpontja felé mutat. (Ha ez nem teljesül, akkor a tengely és a $\mathbf{K}$ vektor hatásvonala kitérő egyenesek, ezért $\mathbf{K}$ és a tengellyel párhuzamos súlyerő eredője nem mutathat a tengely irányába.)

Foglalkozzunk a b) esettel. Ekkor tehát

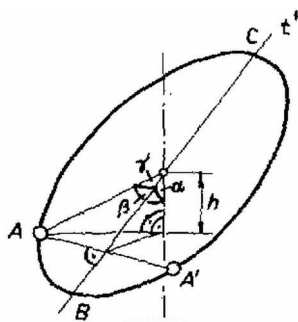
$$F/mg = \tan \beta,$$

ahol β az 1. ábrán jelölt szög. F értékét behelyettesítve és figyelembe véve, hogy $r = R \sin \beta$, kapjuk, hogy

$$\cos \beta = \frac{g}{R \cdot \omega^2},$$

Ez a szög egyértelműen jellemez két egyenértékű lehetséges helyzetet. Geometriai megfontolásokkal meghatározhatjuk a 2. ábrán látható γ szöget:

$$\cos \gamma = \frac{g}{R \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha}.$$



2. ábra

Vizsgáljuk meg az eredményt! Ha $\omega > \sqrt{\frac{g}{R \cdot \cos \alpha}}$, akkor négy lehetséges egyensúlyi helyzet van: a 2. ábrán jelölt A pont, ennek t' tengelyre tükrözött képe, valamint a B és C pont. A részletes vizsgálat azt mutatja, hogy az első két pontban stabil, a második kettőben instabil az egyensúly. Ha $\omega < \sqrt{\frac{g}{R \cdot \cos \alpha}}$, akkor a $\cos \gamma$ -ra kapott egyenlet nem oldható meg. Ez azt jelenti, hogy csak két egyensúlyi helyzet van, amelyeket az a) pontban írtunk le. Az alsó egyensúlyi helyzet stabil, a felső instabil. $\omega = \sqrt{\frac{g}{R \cos \alpha}}$ esetén $\gamma = 0^\circ$, $A = A' = B$.

Más szempontból nézve a következőket mondhatjuk. Ha adott szögsebesség mellett a karika síkjának függőlegessé bezárt szögét 90° -ról indulva csökkentjük, akkor először egy stabil egyensúlyi helyzet van. Miután a B pont elérte a karika középpontjától $h = R \cdot \cos \beta = g/\omega^2$ mélységben fekvő vízszintes síkot, a test kiválasztja a sík és a karika dőléspontjai közül az egyiket, és a továbbiakban ezen helyezkedik el. $\alpha = 0^\circ$ -nál visszkapjuk az egyszerűbb feladatból ismert eredményt. Ha $h > R$, akkor a test végig a B pontban marad.