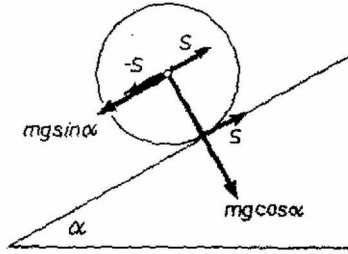


Először vizsgáljuk meg, hogy a golyó csúszva, vagy tisztán gördül-e.



Az ábrán látható jelölésekkel a mozgásegyenletek:

$$(1) \quad mg \sin \alpha - S = ma,$$

$$(2) \quad Sr = \Theta \beta,$$

ahol az \$S\$ súrlódási erő és a merőleges nyomóerő között az

$$(3) \quad S \leq \mu N$$

összefüggés áll fenn.

Csúszásmentes gördüléskor

$$(4) \quad a = r\beta,$$

a súrlódási erő pedig az (1), (2) és (4) egyenletekből

$$(5) \quad S = \frac{\Theta}{mr^2 + \Theta} mg \sin \alpha.$$

A súrlódási erő tehát független a súrlódási együttható értékétől, ha az elegendően nagy ahhoz, hogy a gördülés csúszásmentes legyen. Az \$S \leq \mu N\$ feltételből kapjuk, hogy csak olyan súrlódási együtthatóknál valósulhat meg a tiszta gördülés, amelyekre

$$\frac{\Theta}{mr^2 + \Theta} mg \sin \alpha \leq \mu mg \cos \alpha,$$

tehát

$$(6) \quad \mu \geq \frac{\Theta}{mr^2 + \Theta} \operatorname{tg} \alpha.$$

A golyó tehetetlenségi nyomatéka \$\Theta = (2/5)mr^2\$, így \$30^\circ\$-os lejtőn a tiszta gördülés feltétele \$\mu \geq (2/7) \operatorname{tg} 30^\circ = 0,165\$. Esetünkben \$\mu = 0,15 < 0,165\$, ezért a golyó csúszva gördül.

Csúszáskor nem teljesül az \$a = r\beta\$ kényszerfeltétel, viszont a súrlódási erőt \$\mu\$ meghatározza;

$$(7) \quad S = \mu mg \cos \alpha.$$

Az (1), (2), (7) egyenletekből

$$(8) \quad a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha),$$

$$(9) \quad \beta = (5/2)(g/r)\mu \cos \alpha.$$

A \$t\$ idő alatt megtett út \$s = (a/2)t^2\$, így az indítási magasság:

$$(10) \quad h = s \sin \alpha = (1/2)gt^2 \sin \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

\$t\$ idő alatt a golyó tömegközéppontja \$v = at\$ sebességre gyorsul, a haladó mozgás kinetikus energiája

$$(11) \quad E_{\text{haladó}} = (1/2)mv^2 = (1/2)mg^2t^2(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)^2.$$

Az \$\omega = \beta t\$ szögsebességhez

$$(12) \quad E_{\text{forgó}} = (1/2)\Theta\omega^2 = (5/4)mg^2t^2\mu^2 \cos^2 \alpha$$

forgó mozgásból származó kinetikus energia tartozik.

Adatainkkal:

$$h = 23,1 \text{ m}, \quad E_h = 1,71 \text{ J}, \quad E_f = 0,53 \text{ J}.$$