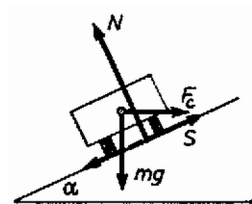


Vizsgáljuk a mozgást az autóval együtt mozgó koordináta-rendszerben! Ekkor (1. ábra) az autóra a súlyerő, a talaj merőleges nyomóereje, az $F_c = m v^2 / r$ nagyságú centrifugális erő és a súrlódási erő hat.



1. ábra

A súrlódási erő iránya a többi erő eredőjének irányától függ – ha az autó nagyon gyorsan megy, a súrlódási erő a kanyar középpontja felé, ha túl lassan halad, akkor kifelé mutat. Válasszuk a kifelé mutató súrlódási erőt pozitívnak!

Az egyensúly feltétele:

$$N - mg \cos \alpha - F_c \sin \alpha = 0,$$

$$S - mg \sin \alpha + F_c \cos \alpha = 0,$$

ahonnan

$$(1) \quad N = m [g \cos \alpha + (v^2/r) \sin \alpha],$$

$$(2) \quad S = m [g \sin \alpha - (v^2/r) \cos \alpha].$$

Az autó akkor nem csúszik meg, ha $|S| \leq \mu_0 N$, vagyis

$$\begin{aligned} -\mu_0 m [g \cos \alpha + (v^2/r) \sin \alpha] &\leq m [g \sin \alpha - (v^2/r) \cos \alpha] \leq \\ &\leq \mu_0 m [g \cos \alpha + (v^2/r) \sin \alpha]. \end{aligned}$$

Az egyenlőtlenség oldalait $r/(m \cos \alpha)$ pozitív értékkel szorozva és rendezve kapjuk:

$$v^2(1 - \mu_0 \operatorname{tg} \alpha) - \mu_0 r g \leq r g \operatorname{tg} \alpha \leq v^2(1 + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha) + \mu_0 r g.$$

A két egyenlőtlenséget külön rendezve

$$(3) \quad v^2(1 + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha) \leq r g(\mu_0 + \operatorname{tg} \alpha),$$

$$(4) \quad r g(\operatorname{tg} \alpha - \mu_0) \leq v^2(1 + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha).$$

(3) megoldása

a) $\mu_0 \operatorname{tg} \alpha < 1$ esetén $v^2 \leq r g \frac{\mu_0 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu_0 \operatorname{tg} \alpha},$

b) $\mu_0 \operatorname{tg} \alpha \geq 1$ esetén minden valós v -re fennáll.

(4) megoldása

a) $\operatorname{tg} \alpha > \mu_0$ esetén $v^2 \geq r g \frac{\operatorname{tg} \alpha - \mu_0}{1 + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha},$

b) $\operatorname{tg} \alpha \leq \mu_0$ esetén minden valós v -re fennáll.

A két egyenlőtlenség közös megoldása:

A) Ha $\mu_0 \operatorname{tg} \alpha \leq 1$ és $\operatorname{tg} \alpha > \mu_0$, akkor

$$\sqrt{\frac{r g(\operatorname{tg} \alpha - \mu_0)}{1 + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha}} \leq v \leq \sqrt{\frac{r g(\operatorname{tg} \alpha + \mu_0)}{1 - \mu_0 \operatorname{tg} \alpha}}.$$

A lejtőre merőleges nyomóerő (1) felhasználásával

$$\frac{m g}{\cos \alpha + \mu_0 \sin \alpha} \leq N \leq \frac{m g}{\cos \alpha - \mu_0 \sin \alpha}.$$

B) Ha $\mu_0 \operatorname{tg} \alpha < 1$ és $\operatorname{tg} \alpha \leq \mu_0$, akkor

$$0 \leq v \leq \sqrt{\frac{r g(\operatorname{tg} \alpha + \mu_0)}{1 - \mu_0 \operatorname{tg} \alpha}},$$

és

$$m g \cos \alpha \leq N \leq \frac{m g}{\cos \alpha - \mu_0 \sin \alpha}.$$

C) Ha $\mu_0 \operatorname{tg} \alpha \geq 1$ és $\operatorname{tg} \alpha > \mu_0$, akkor

$$\sqrt{\frac{rg(\operatorname{tg} \alpha - \mu_0)}{1 + \mu_0 \operatorname{tg} \alpha}} \leq v < \infty,$$

és

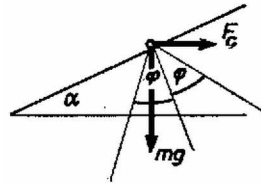
$$\frac{mg}{\cos \alpha + \mu_0 \sin \alpha} \leq N < \infty.$$

D) Ha $\mu_0 \operatorname{tg} \alpha \geq 1$ és $\operatorname{tg} \alpha \leq \mu_0$ (ez az eset csak $\mu_0 \geq 1$ mellett lehetséges, ami általában irreális), akkor az autó sebessége tetszőleges lehet, a merőleges nyomóerő

$$mg \cos \alpha \leq N < \infty.$$

Sparing László (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. A $\operatorname{tg} \varphi = \mu_0$ súrlódási szög bevezetésével a csúszásmentesség feltétele úgy is megfogalmazható, hogy az autó akkor nem csúszik meg a kanyarban, ha a súrlódási erő és a merőleges nyomóerő eredője a lejtő normálisával φ -nél kisebb szöget zár be.



1. ábra

A 2. ábra a B) esetnek megfelelő helyzetet szemlélteti, látható, hogy v -re alsó korlát nem adódhat, mivel F_c mindig kifelé mutat, így a súlyerő és F_c eredője legfeljebb függőleges lehet, igen nagy sebességek esetén azonban a súlyerő és F_c eredője kívül eshet a megengedett tartományon.

Pálfalvi György (Győr, Révai M. Gimn., IV. o. t.)