

Elektromos dipólnak nevezzük az egymástól (rögzített) kis távolságra elhelyezkedő, ellenkező előjelű, azonos nagyságú töltéssel rendelkező töltéspárt. A dipólust egy vektorral jellemezzük, melynek nagysága $p = |\mathbf{p}| = Ql$, ahol l a $-Q$ és $+Q$ töltések távolsága, a $\mathbf{p}$ vektor iránya pedig a negatív töltéstől a pozitív felé mutat.

Először meghatározzuk a dipól elektromos terét a töltések egyenes mentén. A tér a két ponttöltés terének vektori összege. A térerősség abszolút értéke a dipólustól r távolságra:

$$(1) \quad |E| = |E_1 + E_2| = \frac{Q}{(r - l/2)^2} - \frac{Q}{(r + l/2)^3} = \frac{2Qlr}{[r^2 - (l/2)^2]^2}.$$

Ha $r \gg l$,

$$(2) \quad |E| = \frac{2Ql}{r^3} = \frac{2p}{r^3}$$



A dipólus tere tehát r^{-3} -al arányos (a ponttöltésé csak r^{-2} -nal), és nem izotróp, mint a ponttöltés tere.

Ha a rögzített p_1 dipól terébe egy szabadon forgó p_2 dipólust helyezünk, akkor az az ábrán látható módon fog beállni. A két dipól közt ható erő:

$$(3) \quad F = \sum Q_i E(r_i) = Q_2 E(r + l_2/2) - Q_2 E(r - l_2/2) = 2p_1 Q_2 \left[\frac{1}{(r + l_2/2)^3} - \frac{1}{(r - l_2/2)^3} \right].$$

Használjuk ki, hogy $r \gg l_2$, és alkalmazzuk az $x \ll 1$ -re érvényes $(1 + x)^{-n} \approx 1 - nx$ közelítést.

Ekkor (3) a következő alakban írható:

$$(4) \quad F \approx \frac{2p_1 Q_2}{r^3} \left[\left(1 - \frac{3}{2} \frac{l_2}{r} \right) - \left(1 + \frac{3}{2} \frac{l_2}{r} \right) \right] = -\frac{6p_1 p_2}{r^4}$$

ugyanis $p_2 = Q_2 l_2$.

A tér ellenében végzett munka, miközben a dipólusokat a kezdeti r_0 távolságról végtelen messze távolítjuk egymástól:

$$(5) \quad W = \int_{r_c}^{\infty} (-F) dr = 6p_1 p_2 \int_{r_c}^{\infty} r^{-4} dr = \frac{2p_1 p_2}{r_0^3}.$$

Biczók László (Szeged, Radnóti M. Gimn., IV. o. t.)

II. megoldás. Ha egy Q_1 töltéstől r kezdeti távolságra levő Q_2 töltést végtelen messze akarunk távolítani, akkor az ehhez szükséges munka

$$(6) \quad E_{\text{pot}}(\infty) - E_{\text{pot}}(r) = -\frac{Q_1 Q_2}{r},$$

ugyanis Q_1 terében Q_2 potenciális energiája $E_{\text{pot}}(r) = \frac{Q_1 Q_2}{r}$.

Tekintsük az ábra töltéselrendezését! A p_2 dipólust végtelen messze távolítva annyi munkát kell végeznünk, mint amennyi munkára együttvéve lenne szükség, ha a $-Q_2$ és $+Q_2$ töltéseket külön-külön távolítanánk végtelen messze a p_1 dipólustól. A végzendő munka tehát (6) alapján:

$$W = -\frac{Q_1(-Q_2)}{r_0 - [(1/2)l_1 + (1/2)l_2]} - \frac{(-Q_1)Q_2}{r_0 + [(1/2)l_1 + (1/2)l_2]} - \frac{Q_1 Q_2}{r_0 + [(1/2)l_1 - (1/2)l_2]} - \frac{(-Q_1)(-Q_2)}{r_0 - [(1/2)l_1 - (1/2)l_2]},$$

vagy egy egyszerű átalakítással

$$(7) \quad W = \frac{Q_1 Q_2}{r_0} \left(\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} - \frac{1}{1+y} - \frac{1}{1-y} \right),$$

ahol $x = \frac{l_1 + l_2}{2r_0}$, $y = \frac{l_1 - l_2}{2r_0}$.

Alkalmazzuk a geometriai sor összegképletét,

$$(8) \quad \frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots, \quad \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$$

és helyettesítsük be (7)-be. Mivel x és y kis mennyiségek, elegendő a sor első négy tagját figyelembe venni. Így – egyszerűsítések után –

$$W = \frac{Q_1 Q_2}{r_0} (2x^2 - 2y^2) = \frac{Q_1 Q_2}{2r_0^3} [(l_1 + l_2)^2 - (l_1 - l_2)^2] = \frac{2p_1 p_2}{r_0^3};$$

Katus Gábor (Budapest, Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az elektromos dipólus potenciáljának, illetve, terének számítása (nemcsak a dipólus egyenese mentén) megtalálható Feynman: Mai fizika 5. kötetében.