

Legyen a jég tömege M , a só tömege m . Feltesszük, hogy a folyamat a következőképpen megy végbe.

Egy külső behatással M_1 tömegű jeget megolvasztunk, és a vízben feloldjuk a m tömegű sót. Így $100\ m/M_1\%$ töménységű oldatot kapunk. A folyamathoz (ha elhanyagoljuk a só oldódásakor felszabaduló energiát)

$$Q_1 = M_1 \cdot (80\text{ cal/g})$$

hőre van szükségünk, mert a jég olvadáshője 80 cal/g . Az $M_1 + m$ tömegű oldatot $t\text{ }^\circ\text{C}$ -kal 0°C alá hűtjük úgy, hogy közben nem fagy meg. Ekkor (feltéve, hogy a sóoldat fajhője egyenlő a tiszta vízével)

$$Q_2 = (M_1 + m) \cdot (1\text{ cal/g }^\circ\text{C}) \cdot t$$

hőt nyerünk. A maradék jeget lehűtve

$$Q_3 = (M - M_1) \cdot (0,5\text{ cal/g }^\circ\text{C}) \cdot t$$

hőt kapunk.

A valóságban a folyamat zárt edényben zajlik le, bizonyára sokkal bonyolultabb módon, több lépésben. Ha azonban kikötjük, hogy a külső beavatkozás közben felvett és leadott hő kiegyenlítsék egymást, akkor a fent leírt módszerrel kapott és a valódi végállapot meg fog egyezni. Írjuk föl a $Q_1 = Q_2 + Q_3$ feltételt:

$$M_1 \cdot 80 = (M_1 + m) \cdot 1 \cdot t + (M - M_1) \cdot 0,5 \cdot t.$$

Másrészt a t értékét az oldat töménysége szabja meg:

$$t = 100 \cdot m/M_1.$$

A két egyenletben M_1 és t az ismeretlen. Behelyettesítés után t -re másodfokú egyenletet kapunk, melynek pozitív gyöke számadatainkkal:

$$t \approx 4,8\text{ }^\circ\text{C}.$$

Ebben az állapotban az edényben kb. $7,94\text{ kg}$ jég és $0,26\text{ kg}$ víz van, és a közös hőmérséklet $-4,8\text{ }^\circ\text{C}$. Ha a másodfokú egyenlet negatív gyökét választottuk volna ez annak felel meg, hogy végeredményben nem lehűlés, hanem felmelegedés történik), akkor a víz tömegére negatív szám adódott volna.

Holló Sándor (Eger, Gárdonyi G. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzések. 1. A megoldók többsége úgy számolt, mintha az összes jég megolvadt volna. Ez nyilván hibás, mert ilyen mennyiségű jég megolvasztásához a híg oldat lehűlésekor felszabaduló energia nem elegendő.

2. Kérdéses lehet, hogy a jég olvadása és a só oldódása megindul-e, és ha megindult, akkor a keletkezett tömény oldat valóban egész addig olvasztja-e a jeget, amíg a töménység további csökkenésének a hőmérséklet csökkenése határt nem szab. Az egzakt válasz nem magától értetődő, és mélyebb termodinamikai ismereteket igényel (az entrópia-függvény maximumát kell keresni, figyelembe véve a keveredési entrópiát). Várhatjuk azonban, hogy a szélső állapotot a rendszer erősen megközelíti, hiszen ezen az elven működnek a különböző hűtőkeverékek.

3. A megoldásban közölnél valamivel pontosabb eredményt kaphatunk, ha a képzeletbeli folyamat során nem sóoldatot, hanem külön a tiszta vizet, és külön a kristályos sót hűtjük le. A túlűtött víz fajhője joggal tekinthető 1 cal/g-nak , és a só fajhőjének ismeretében most már csak az oldódáshőt kell elhanyagolni. Végeredményben $t = 5,07\text{ }^\circ\text{C}$ értéket kapunk. A kis korrekció azért nem érdekes, mert az oldódáshő nagyobb változást okozhat.

Gulyás Mihály (Orosháza, Táncsics M. Gimn., II. o. t.)