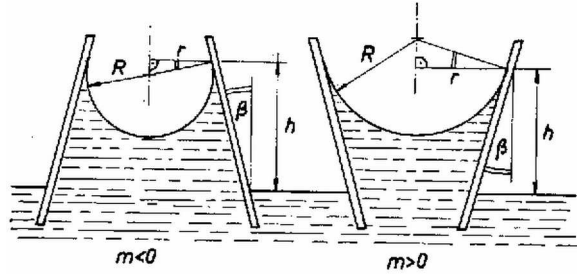


A folyadék $p_h = h \cdot \gamma$ hidrosztatikai nyomásával a

$$p_g = (2\alpha/R) \cdot \cos \varphi$$

görbületi nyomás tart egyensúlyt, ha φ a folyadék illeszkedési szöge (esetünkben $\varphi = 0^\circ$), R a felszínre simuló gömb sugara.



1. ábra

Mint az (erősen torzított) 1. ábrából láthatjuk, R és a kapilláris r sugara között az

$$R = \frac{r}{\cos \beta} = r\sqrt{1+m^2}.$$

összefüggés áll fenn, mert $\tan \beta = m$. Felírva a $p_g = p_h$ egyensúlyi feltételt, és kihasználva, hogy

$$r = mh + h_0,$$

a h magasságra másodfokú egyenletet kapunk:

$$m\gamma h^2 + h_0\gamma h - \frac{2\alpha}{\sqrt{1+m^2}} = 0.$$

A megoldás:

$$h_{1,2} = \frac{-h_0\gamma \pm \sqrt{h_0^2\gamma^2 + 8\alpha m\gamma/\sqrt{1+m^2}}}{2m\gamma}.$$

A diszkusszióhoz tüntessük fel p_g és p_h értékét mint a magasság függvényét (2. ábra):

$$p_h = h\gamma, \quad p_g = \frac{2\alpha}{(mh + h_0)\sqrt{1+m^2}}.$$

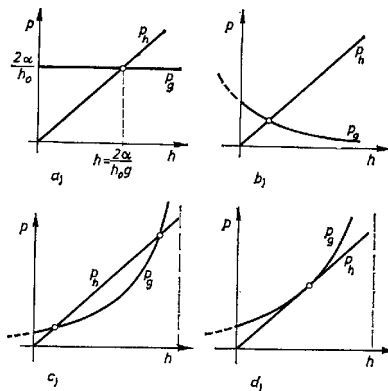
p_h képe egy egyenes, p_g pedig m értékétől függően más-más helyzetű hiperbola.

a) $m = 0$ -nál p_g hiperbolája egyenessé fajul. A két egyenesnek egy metszéspontja van, a másodfokú egyenletből is elsőfokú lesz,

$$h = \frac{2\alpha}{h_0\gamma}.$$

b) $m > 0$ esetén a hiperbolának és az egyenesnek $h > 0$ -nál csak egy metszéspontja van. A másodfokú egyenletnek is csak az egyik gyöke pozitív:

$$h = \frac{\sqrt{h_0^2\gamma^2 + 8\alpha m\gamma/\sqrt{1+m^2}} - h_0\gamma}{2m\gamma}.$$



2. ábra

c) $m < 0$ esetén az egyenes és a hiperbola általában kétszer metszi egymást, ha azonban

$$d) \quad \frac{m}{\sqrt{1+m^2}} = -\frac{h_0^2 \gamma}{8\alpha},$$

akkor a két metszéspont egybeesik, és ha $m/\sqrt{1+m^2}$ ennél az értéknél is kisebb, akkor nincs metszéspont.

Az utóbbi esetben a folyadék felszalad a kapilláris tetejéig, és a cső peremét úgy nedvesíti, hogy a kialakuló görbületi nyomás megfelelő legyen.

Gyakorlati szempontból a megoldásban szereplő $1/\sqrt{1+m^2}$ szorzó elhagyható, mert általában $m^2 \ll 1$. Ez az egyszerűsítés az $R = r$ közelítésnek felel meg.

Pintér Klára (Szeged, Ságvári E. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Vizsgáljuk a stabilitási viszonyokat! A folyadékmagasságot pl. egy kicsit csökkentve, megváltozik a hidrosztatikai és a görbületi nyomás is. Ha a $p_g - p_h$ eredő nyomás előjele ekkor pozitív, akkor a görbületi nyomás a folyadékszintet az eredeti magasságba húzza vissza, ellenkező esetben az egyensúly instabil.

Ennek alapján mondhatjuk, hogy az $a)$, $b)$ és a két $c)$ közül a kisebb h -hoz tartozó állapot stabil, a $c)$ eset nagyobb h -hoz tartozó megoldása instabil. A $d)$ eset instabil, mert bár lefelé való elmozdításra stabil, a folyadékszintet egy kicsit emelve a folyadék felszalad.

Szathmári Attila (Debrecen, Fazekas M. Gimn., II. o. t.)