A golyóra ható elektrosztatikus teret egyrészt a lemez eredetileg meglevő homogén töltéseloszlása hozza létre, másrészt a golyó pozitív töltése a lemezen megosztással negatív töltéseket kelt, melyek szintén elektromos teret létesítenek. A szuperpozíció elv alapján a két tér által a golyóra gyakorolt erő egymástól függetlenül számítható.

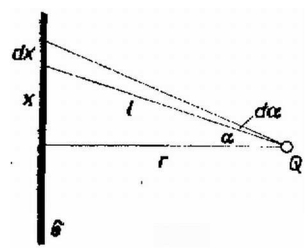
a) Ha a töltéssűrűség állandó, akkor egy x sugarú, $\mathrm{d}x$ szélességű körgyűrű töltése

$$\sigma \cdot 2\pi x \,\mathrm{d}x.$$

Ez a Q töltésre a lemezre merőleges

$$\mathrm{d}F_1 = k\frac{\sigma \cdot 2\pi x \,\mathrm{d}x \cdot Q}{l^2}\cos\alpha$$

taszító erővel hat. (A körgyűrű két szemben levő azonos nagyságú eleme által a golyóra gyakorolt erőknek a lemezzel párhuzamos komponense egymás ellentettje, így a lemezzel párhuzamosan nem hat erő.)



1. ábra

Az 1. ábrából

$$l\frac{r}{\cos\alpha}, \qquad x = r\operatorname{tg}\alpha \quad \text{és } \mathrm{d}x = \frac{l\,\mathrm{d}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{r\,\mathrm{d}\alpha}{\cos^2\alpha},$$

így

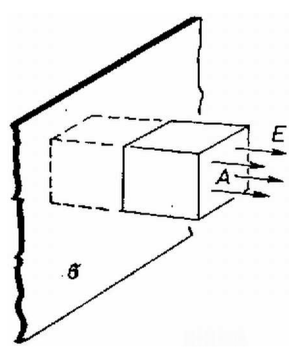
$$\mathrm{d}F_1 = k\sigma \cdot 2\pi Q \sin\alpha \,\mathrm{d}\alpha,$$

az egész lemez által a töltésre gyakorolt erő

$$F_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} k\sigma \cdot 2\pi Q \sin\alpha\,\mathrm{d}\alpha = k\sigma \cdot 2\pi Q = \frac{\sigma Q}{2\varepsilon_0}.$$

a') F_1 meghatározható a Gauss-tétel alapján is (Feynmann V. (56.6.). Tetszőleges zárt felületre vonatkozó *elektromos fluxus=körülzárt töltések összege*/ε_0.

Legyen a felület egy a lemezre merőleges, azt metsző hasáb (2. ábra).

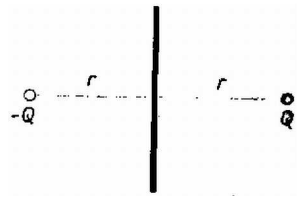


2. ábra

Ekkor a térerősségnek a felületre merőleges komponense szimmetriaokokból csak a két alapon nem 0, a tér homogén a lemez mindkét oldalán, így fluxusa $E \cdot 2A$. A körülzárt töltés nagysága σA, így

$$E \cdot 2A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}, \quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \text{vagyis} \quad F_1 = \frac{\sigma Q}{2\varepsilon_0}.$$

b) A megosztással keletkezett töltések hatása ekvivalens egy – a golyó lemezre vett tükörképének helyén levő – $(-Q)$ töltés hatásával (Feynmann V. 85. o.).



3. ábra

Így a golyóra $F_2 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q^2}{(2r)^2}$ vonzóerő hat.

A golyóra ható eredő vonzóerő

$$F = F_2 - F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{(2r)^2} - \frac{\sigma Q}{2\varepsilon_0},$$

a golyó gyorsulása

$$a = \frac{F}{m} = 4860\ \mathrm{m/s^2}.$$

(A nehézségi gyorsulás emellett jó közelítéssel elhanyagolható.)

Ábrahám Tibor (Eger, Gárdonyi G. Gimn., III. o. t.)
Végh János (Cegléd, Kossuth L. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. Az $F = 0$ feltételből meghatározható, hogy a lemeztől $r_0 = = 12{,}6$ cm távolságban a golyó labilis egyensúlyi helyzetben van. A lemezhez közelebbi helyekről a lemez magához szippantja, r_0-nál messzebbről pedig a végtelenbe taszítja a golyót.

Kawka László (Bp., Radnóti M. Gimn., IV. o. t.)