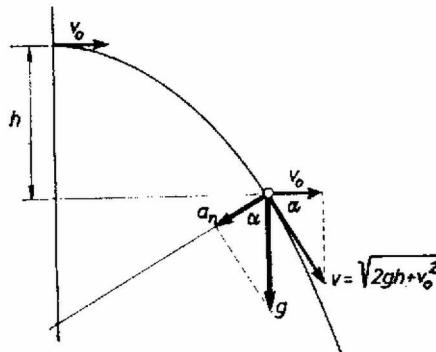


Megjegyzés a 1119. feladat megoldásához

Oldjuk meg a feladatot az analízis görbüeti körre vonatkozó (középiskolában nem tanított) formuláinak felhasználása nélkül. A KML 1036., 1053., 1100., 1156. számú feladatok megoldásánál alkalmazott gondolatmenetet használhatjuk, melynek lényege: a pályagörbe görbüeti sugarát megkapjuk, ha a pont pillanatnyi sebességének a négyzetét elosztjuk a gyorsulás normális irányú vetületével. (Az 1100. feladat megoldása éppen így határozza meg egy parabolapálya görbüeti sugarát adott pontjában.)

Az 1119. feladat azonban lényegesen különbözik az 1100. feladattól. A parabola alakú sima kényszeren kezdősebesség nélkül lecsúszó test adott pontbeli gyorsulása ugyanis *ismeretlen* (a nehézségi erő és a *keresett* kényszererő eredőjének egyelőre ismeretlen irányába mutat). Ennek ellenére az előre rögzített parabolapálya görbüeti sugara meghatározható *a fenti módszerrel*. Egyszerű fogással „átjátszhatjuk” a problémát az előző (1100.) feladat megoldására. Ha ugyanis megkeressük azt a vízszintes *hajítást*, amellyel az eldobott kő éppen a kívánt pályán *haladna* (ez megtehető, mert a kényszer parabola alakú), vagyis a lejtőre való nehézkedés nélkül suhanna el a pálya mentén, akkor ennek, és egyben a kényszerpályának a görbüeti sugarát meghatározhatjuk az ismert normál gyorsulásból és sebességből.



A megoldás menete a következő. A kényszerpálya egyenlete a feladat szerint

$$y = (1/2p)x^2.$$

Egy vízszintesen elhajított test pályájának az egyenlete:

$$y = (1/2)(g/v_0^2)x^2.$$

A két egyenlet összehasonlításából:

$$(1/2)(g/v_0^2) = 1/2p,$$

és innen az igényelt vízszintes irányú kezdősebesség: $v_0 = \sqrt{pg}$. Ennek ismeretében meghatározhatjuk az elhajított (tehát a kényszerpályát kényszer nélkül leíró) test sebességét a kívánt helyen:

$$v = \sqrt{2gh + v_0^2}.$$

Ugyanitt a pálya normálisának iránykoszinusza az ábra szerint:

$$\cos \alpha = \frac{v_0}{\sqrt{2gh + v_0^2}}.$$

(mert $v_x = v_0$).

Az *elhajított test* gyorsulása természetesen g , s ennek normális irányú vetülete:

$$a_n = g \cdot \cos \alpha = \frac{v_0 g}{\sqrt{2gh + v_0^2}}.$$

Így az eldobott kő pályájának (és egyben a kényszerfelületnek) a görbüeti sugara a h süllyedésének megfelelő pontban:

$$R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{\sqrt{2gh + v_0^2}(2gh + v_0^2)^1}{v_0 g} = \frac{(2gh + v_0^2)^{3/2}}{v_0 g}.$$

Ezzel a feladat az ismert módon megoldható.

Írjuk fel a mozgásegyenletet a *normál irányú vetületre*: $mg \cos \alpha - K = mv^{*2}/R$ ahol v^* a lejtőn *kezdősebesség* nélkül lecsúszó test pillanatnyi sebessége h süllyedés után: $v^2 = 2gh$. Innen a keresett kényszererő:

$$K = mg \left(\frac{v_0}{\sqrt{2gh + v_0^2}} - \frac{2ghv_0}{(2gh + v_0^2)^{3/2}} \right).$$

v_0 helyébe $\sqrt{pg}$ értéket beírva és az összevonásokat elvégezve:

$$K = mg \left(\frac{p}{2h + p} \right)^{3/2}.$$